

Universidade Federal de Campina Grande
Departamento de Sistemas e Computação
Pós-Graduação em Ciência da Computação

Inteligência Artificial

Representação do Conhecimento (Lógica Fuzzy)

Prof.^a Joseana Macêdo Fachine Régis de Araújo
joseana@computacao.ufcg.edu.br

Representação do Conhecimento

Como agir em meio à incerteza?

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- Conceitos subjetivos usados para classificar ou considerar certas situações:
 - Siga em frente "alguns metros" .
 - O dia está "parcialmente" nublado.
 - Preciso perder "alguns" quilos para ficar "bem".
 - Estamos com uma moeda "estável".
- ou ainda :
 - A classificação de certos objetos como "largo", "sujo",...
 - A classificação de pessoas pela idade tal como "velho", "jovem",...
 - A descrição de características humanas como "saudável", "alto", ..

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- **Lógica convencional:** sim/não, verdadeiro/falso
- **Lógica Fuzzy (difusa ou nebulosa):**
 - Reflete o que as pessoas pensam.
 - Tenta modelar o nosso senso de palavras, tomada de decisão ou senso comum.
 - Trabalha com informações vagas e incertas, as quais podem ser traduzidas por expressões da forma: a maioria, mais ou menos, talvez, etc.

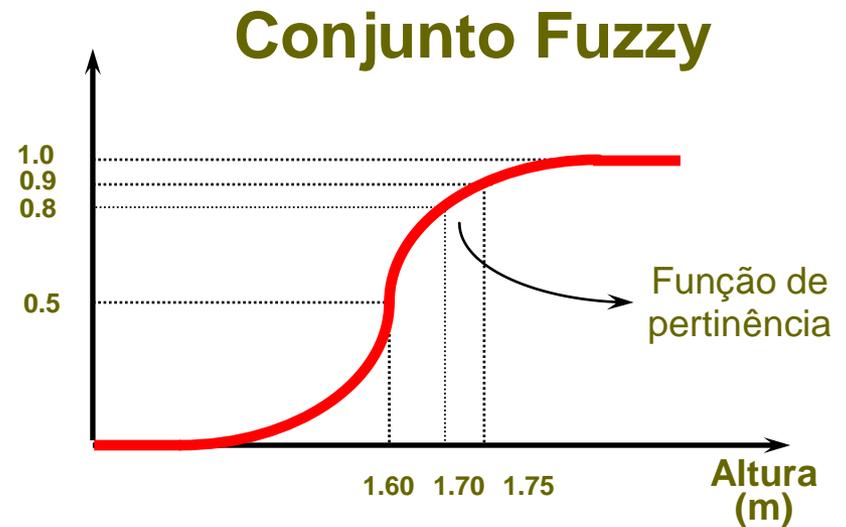
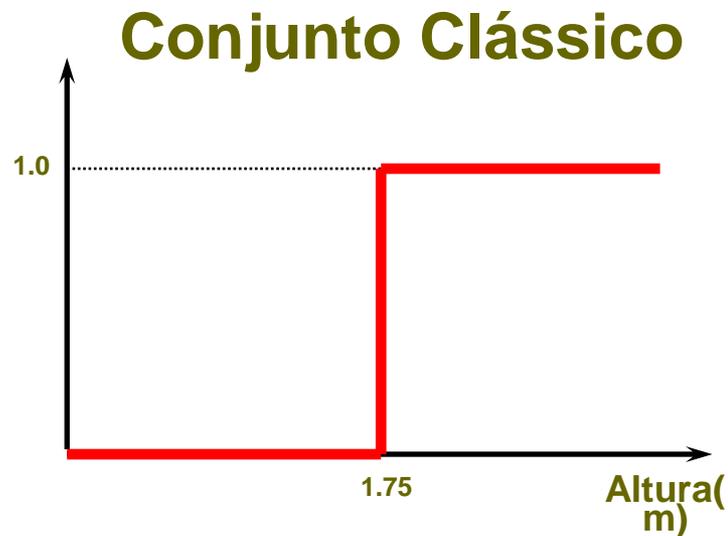
Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- **Teoria dos conjuntos nebulosos** - objetiva permitir graduações na pertinência de um elemento a uma dada classe.
- Teoria dos conjuntos “clássica”
 - Ou um elemento pertence (1) ou não-pertence (0) a um conjunto.
- Teoria nebulosa
 - O grau de pertinência passa a ser dado por um valor no intervalo de números reais $[0, 1]$.

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- Conjuntos com limites imprecisos

A = Conjunto de pessoas altas



Modelo Nebuloso (Fuzzy)

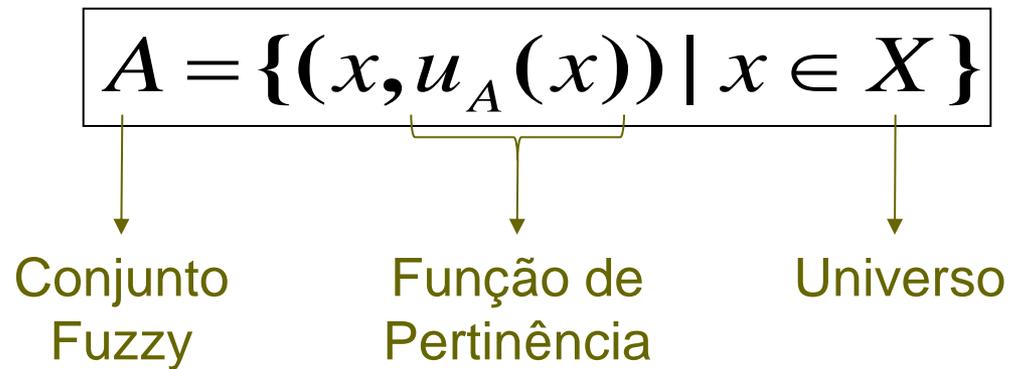
- Dado um universo de discurso X , um subconjunto nebuloso A de X é definido por uma função de pertinência que associa a cada elemento x de X o grau $\mu_A(x)$, compreendido entre 0 e 1, com o qual x pertence a A .

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$$

- Uma sentença pode ser parcialmente verdadeira e parcialmente falsa.

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- **Definição formal:** Um conjunto fuzzy A em X é expresso como um conjunto de pares ordenados:



Um conjunto fuzzy é totalmente caracterizado por sua função de pertinência.

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

Exemplos de Funções de Pertinência:

- ❑ **Função Triangular:**

$$\text{trimf}(x; a, b, c) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$$

- ❑ **Função Trapezoidal:**

$$\text{trapmf}(x; a, b, c, d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

- ❑ **Função Gaussiana:**

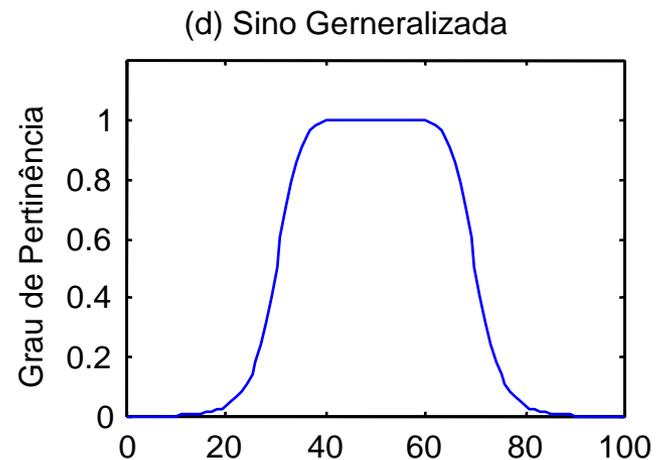
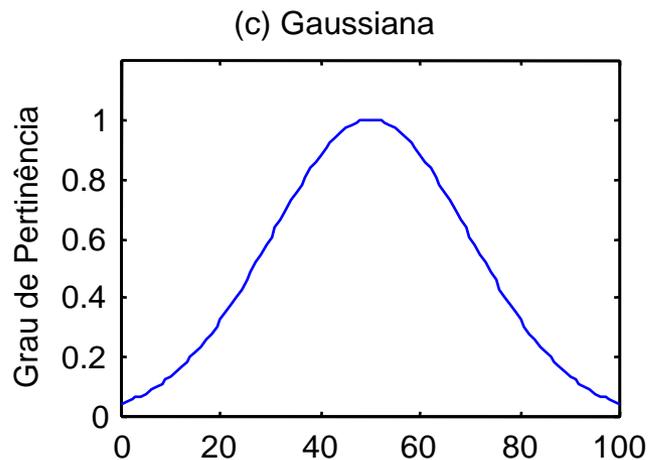
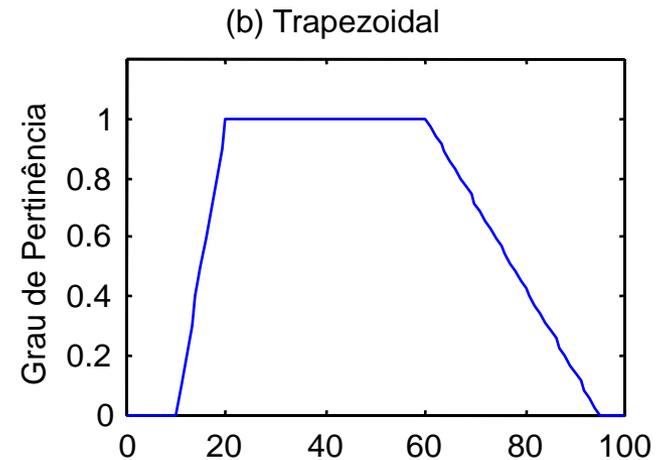
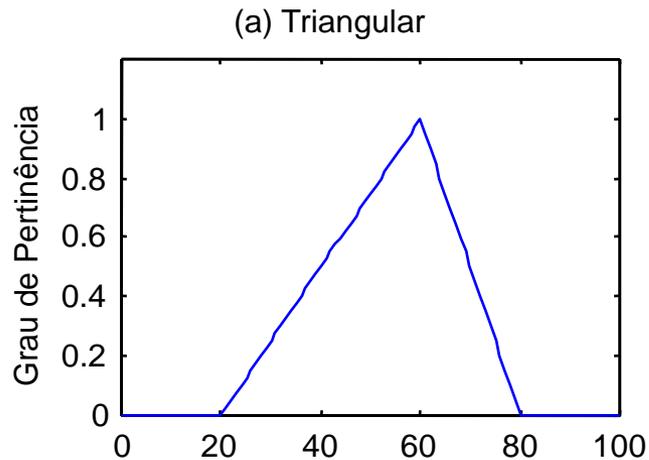
$$\text{gaussmf}(x; a, b, c) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2}$$

- ❑ **Função Sino Generalizada:**

$$\text{gbellmf}(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{b}\right|^{2b}}$$

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

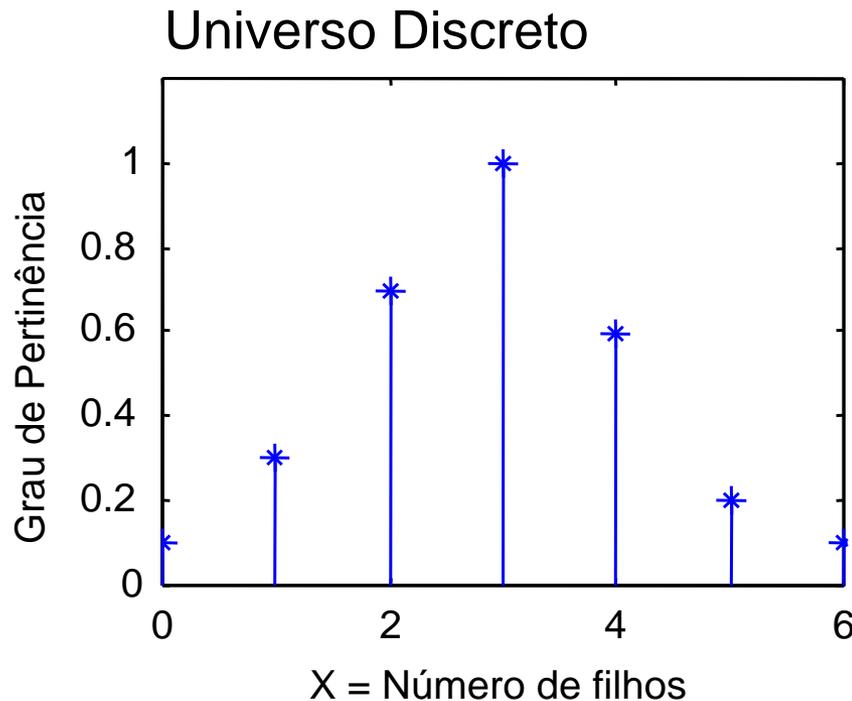
Exemplos de Funções de Pertinência:



Modelo Nebuloso (Fuzzy)

Exemplos de Funções de Pertinência:

$$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$



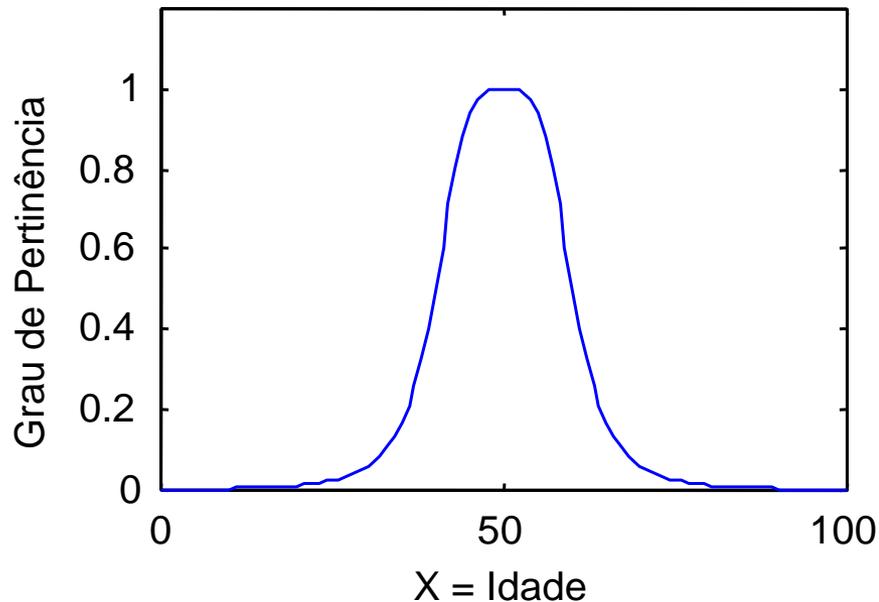
A = “Número de filhos”

$$A = \{(0, 0.1), (1, 0.3), (2, 0.7), (3, 1), (4, 0.6), (5, 0.2), (6, 0.1)\}$$

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

Exemplos de Funções de Pertinência:

(b) Universo Contínuo



$X =$ (Conjunto de números reais positivos)

$B =$ “Pessoas com idade em torno de 50 anos”

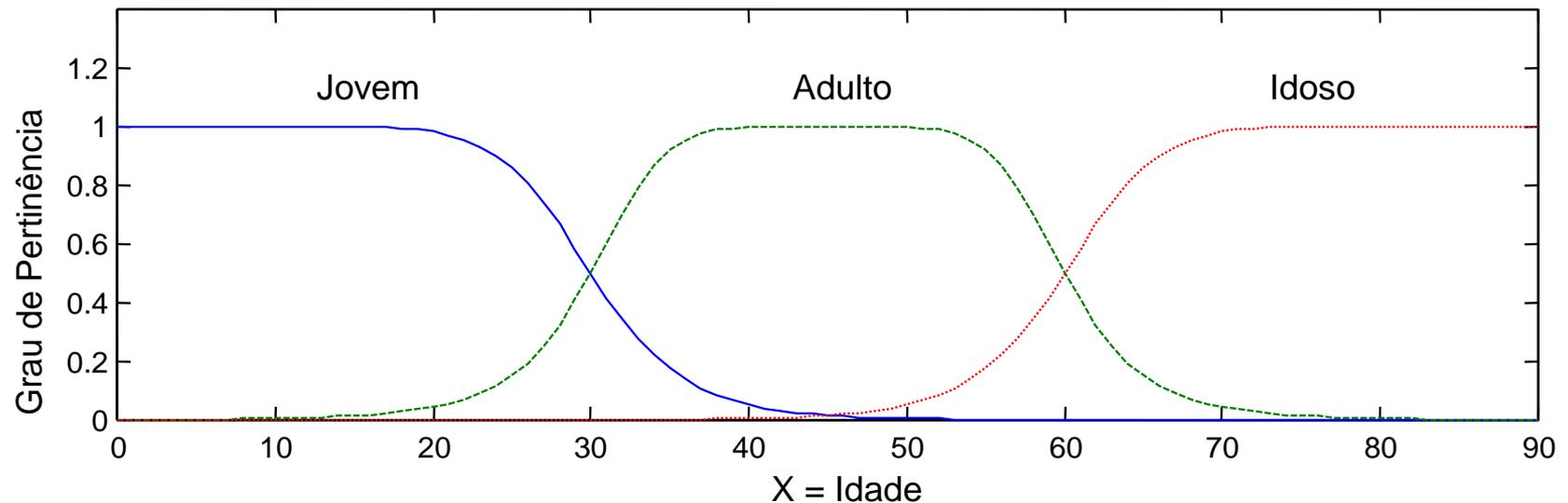
$B = \{(x, \mu_{B(x)}) \mid x \text{ em } X\}$

$$\mu_B(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - 50}{10}\right)^2}$$

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

Exemplos de Funções de Pertinência:

- Partição fuzzy do universo de X representando “idade”, formada pelos conjuntos fuzzy “jovem”, “adulto” e “idoso”.



Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- Supondo que se deseja modelar o conceito “alto” aplicado a pessoas.
 - Usualmente, uma pessoa que mede mais de 1,75m é alta
 - Não é alta se tiver menos de 1,60m
 - Já uma pessoa que mede entre 1,60m e 1,75m será considerada mais alta quanto mais a altura está próxima de 1,75m

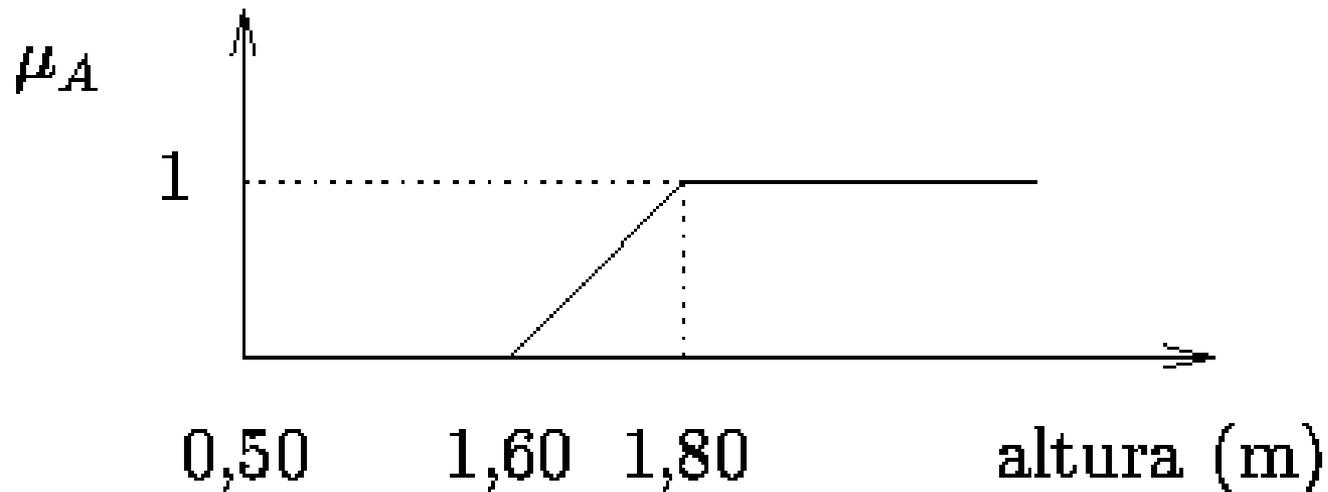
Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- É possível modelar o conceito “alto” pelo conjunto nebuloso A , definido no intervalo de 0,5m a 2,5m

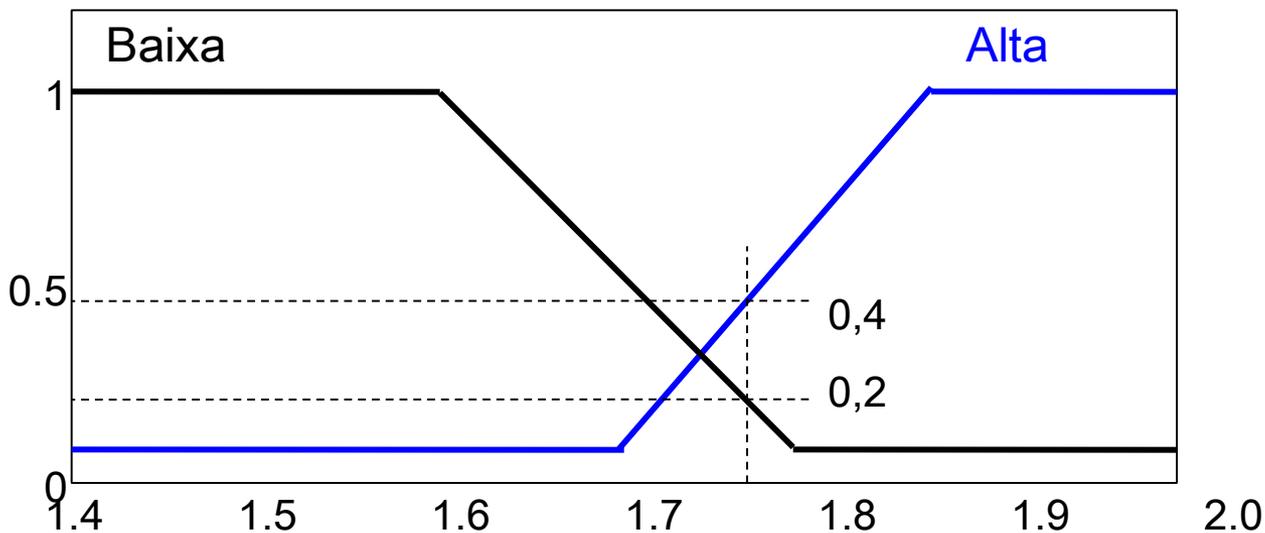
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & , x > 1,75m \\ 0 & , x < 1,60m \\ \frac{x-1,6}{0,15} & , 1,60m \leq x \leq 1,75m \end{cases}$$

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- Graficamente, o conjunto nebuloso A pode ser representado como



Representação gráfica dos Conjuntos Fuzzy contínuos



Uma pessoa de 1,77m pode se considerada tanto 20% baixa quanto 40% alta

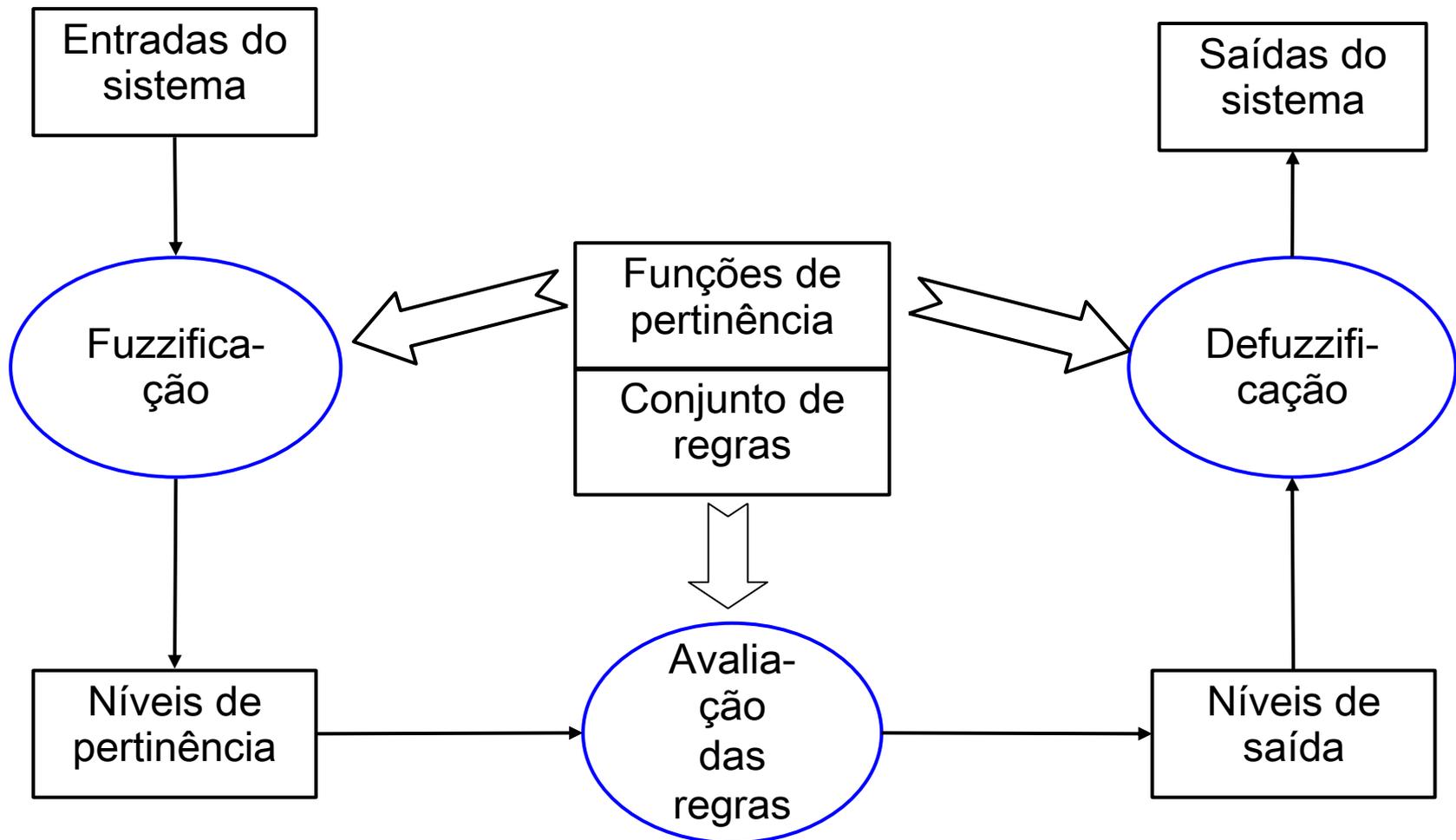
Modelo Nebuloso (Fuzzy)

- Regras: Decisões binárias (sim ou não).
 - E se não tivermos certezas?
- *Fuzzy Logic*
 - Se condição x *Então* ação y com confiança z
- Exemplo: Regras *versus* Fuzzy Logic
 - Regras: Se o objeto é redondo então é uma bola.
 - FL: Se o objeto é muito redondo então é uma bola com grande probabilidade.

Modelo Nebuloso (Fuzzy)

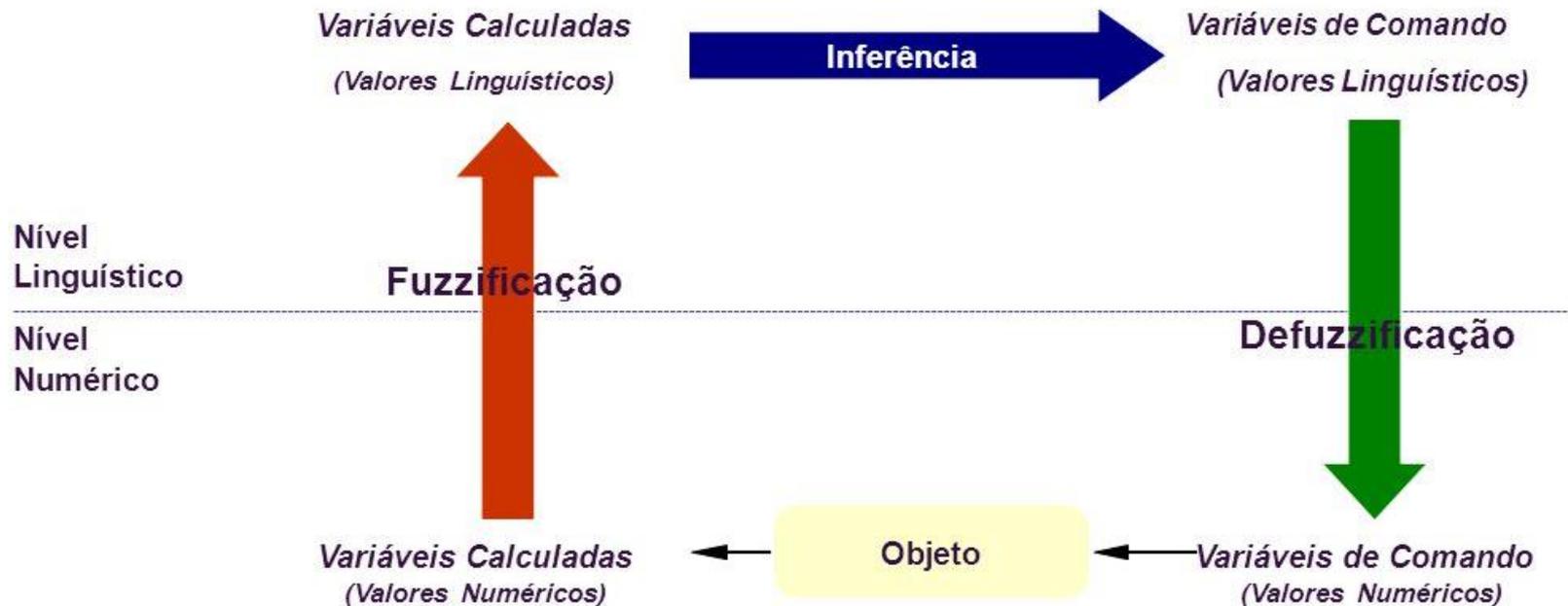
- ❑ Normalmente, uma BC Fuzzy é representada por meio de regras de produção.
- ❑ Regra de produção
 - **If** <antecedente> **then** <conseqüente>
- ❑ Antecedente: composto por um conjunto de condições
- ❑ Conseqüente: composto por um conjunto de ações ou diagnósticos.
- ❑ Quando as condições da regra são satisfeitas (mesmo que parcialmente) dizemos que a **regra é disparada** o que determina o processamento do conseqüente da regra pelo sistema de inferência fuzzy.

Sistemas fuzzy - fases



Modelo Nebuloso (Fuzzy)

Etapas do raciocínio Fuzzy



Sistemas fuzzy - fases

□ Estágio de entrada

- Fuzzificação: mapeia cada entrada de dados ao sistema em uma ou mais funções de pertinência.

□ Processamento

- As regras de um conjunto de regras (predefinidas) são avaliadas verificando quais são aplicáveis e
- Quão fortemente cada regra deve ser disparada dependendo de como foi ativada cada função de pertinência.

□ Saída

- Defuzzificação: calcula a saída, baseada nos valores mapeados em funções de pertinência de saída e em função das regras que foram disparadas.

Exemplo 1: Inferência Fuzzy

- ❑ Controle de velocidade de um ventilador
- ❑ A velocidade depende da temperatura

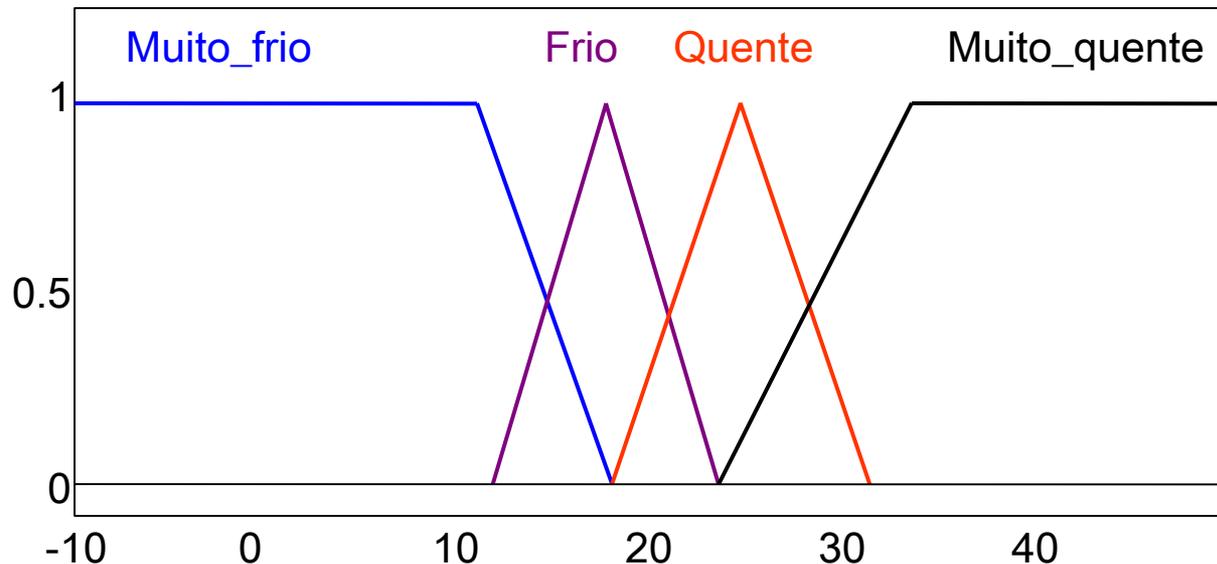
Temperatura	Velocidade	Corrente relativa do motor
Muito frio	Desligado	0
Frio	Devagar	15
Quente	Média	50
Muito quente	Rápida	100

Exemplo 1: Inferência Fuzzy

- ❑ No momento de desenvolver um sistema baseado em lógica fuzzy, deve-se decidir:
 - Como cada variável de entrada e saída será particionada e
 - Associar uma função de pertinência para cada partição
- ❑ No exemplo, tem-se 4 funções de pertinência para a entrada
 - Uma quinta (moderada) poderia ser adicionada entre frio e quente
- ❑ O número de funções necessárias depende da exatidão desejada para o sistema
 - Quanto mais curvas, mais sensibilidade, maior complexidade

Exemplo 1: Conjuntos fuzzy correspondentes à variável Temperatura

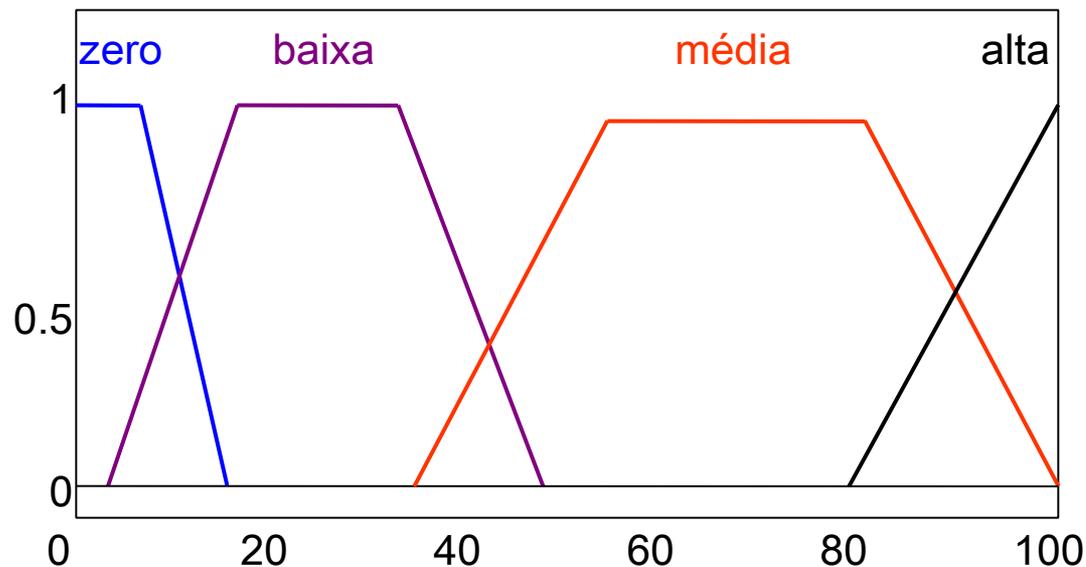
- Funções de pertinência para a variável de entrada
- No exemplo tem-se apenas a variável temperatura



Os formatos mais utilizados para funções de pertinência são os trapezoidais e os triangulares. Mas, qualquer função mais adequada ao caso pode ser utilizada.

Exemplo 1: Conjuntos fuzzy correspondentes à variável Velocidade

- Funções de pertinência para a variável de saída
- No exemplo tem-se apenas a variável velocidade

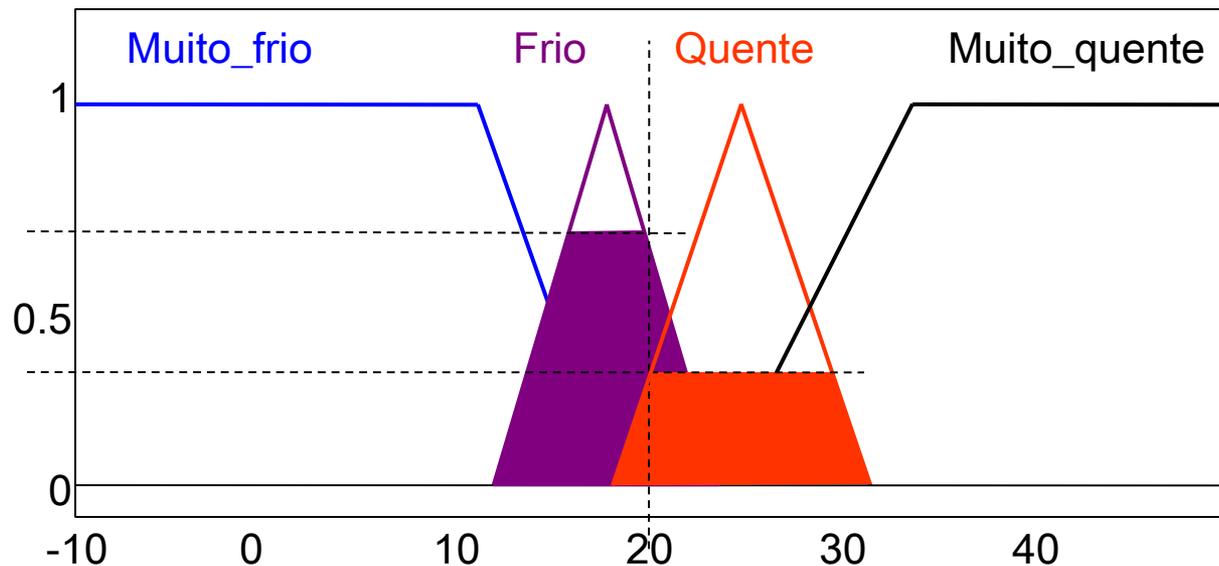


Exemplo 1: Definindo as regras de produção

- **if** (temperatura is muito_frio) **then** (velocidade is zero)
- **if** (temperatura is frio) **then** (velocidade is baixa)
- **if** (temperatura is quente) **then** (velocidade is média)
- **if** (temperatura is muito_quente) **then** (velocidade is alta)
- Tanto as regras como os conjuntos fuzzy são especificados de acordo com o conhecimento de um especialista no domínio do SE.

Exemplo 1: Processo de fuzzificação

- 20°C pode ser considerada “fria” ou “quente”
 - 70% fria e 30% quente



Fuzzificação: transformar variáveis qualitativas, com base nas funções de pertinência, em algum significado para o computador

Exemplo 1: Regras ativadas

- **if** (temperatura is muito_frio) **then** (velocidade is zero)
- **If** (temperatura is frio) **then** (velocidade is baixa)
- **If** (temperatura is quente) **then** (velocidade is média)
- **if** (temperatura is muito_quente) **then** (velocidade is alta)

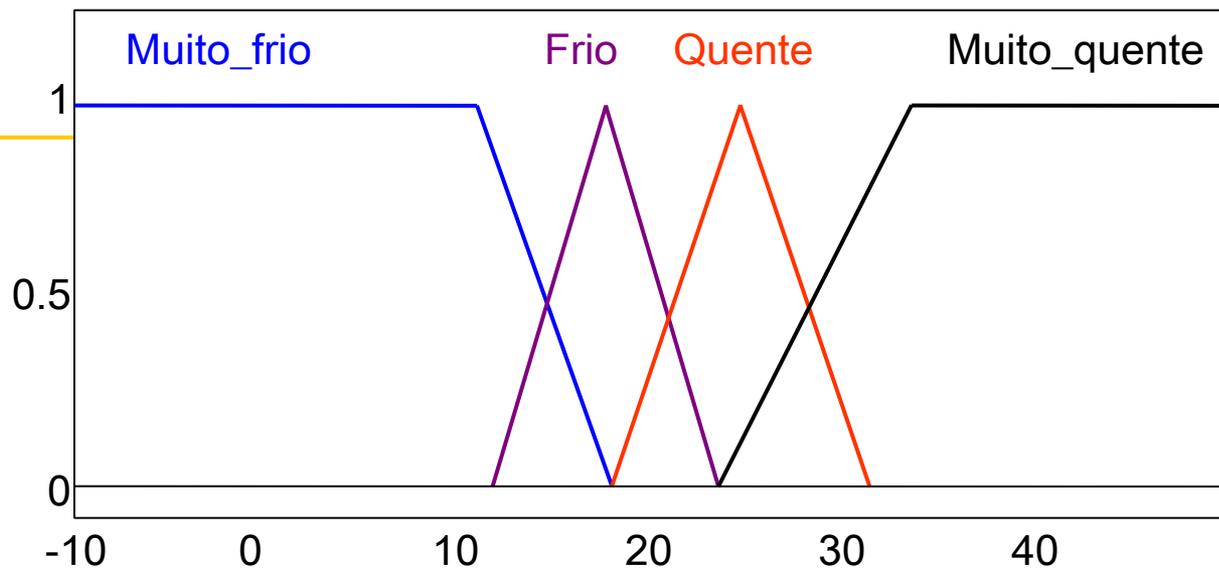
Exemplo 1: Avaliação das regras

- Durante a avaliação de uma regra
 - Valores são computados baseados nos níveis de ativação alcançados
 - Para cada uma das funções de pertinência
 - Para cada uma das entradas
 - Estes valores são associados às regras difusas de saída.
 - Geralmente uma função de minimização é utilizada para determinar o valor associado a cada variável de entrada quando mais de uma função de pertinência é ativada na mesma regra.

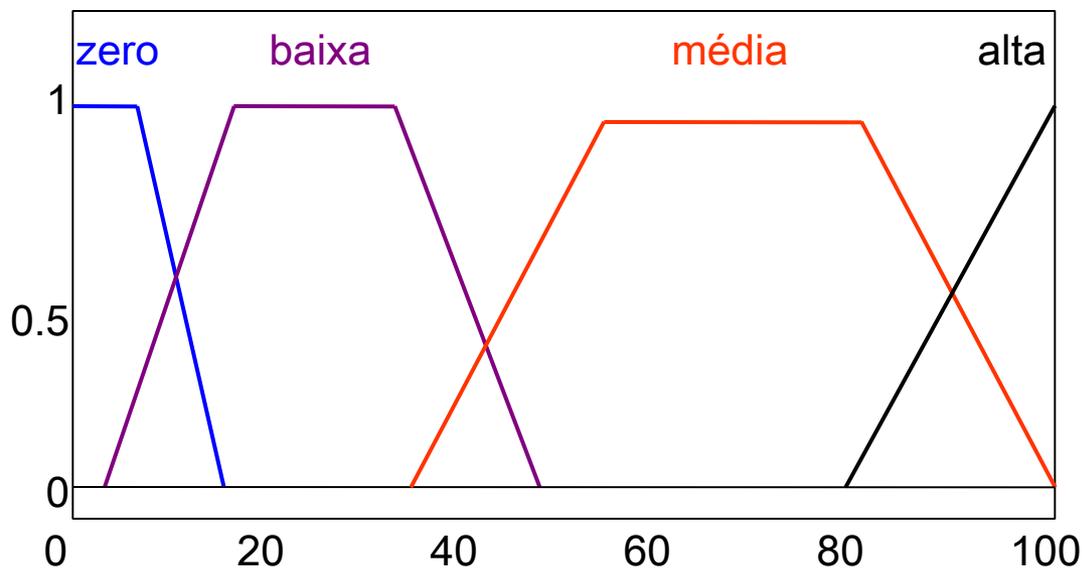
Exemplo 1: Operações sobre conjuntos fuzzy

- ❑ Interseção de dois conjuntos, corresponde à função fuzzy-AND
 - $u(A \text{ AND } B) = \min(u_A(x), u_B(x))$
- ❑ União de dois conjuntos, corresponde à função fuzzy-OR
 - $u(A \text{ OR } B) = \max(u_A(x), u_B(x))$

temperatura

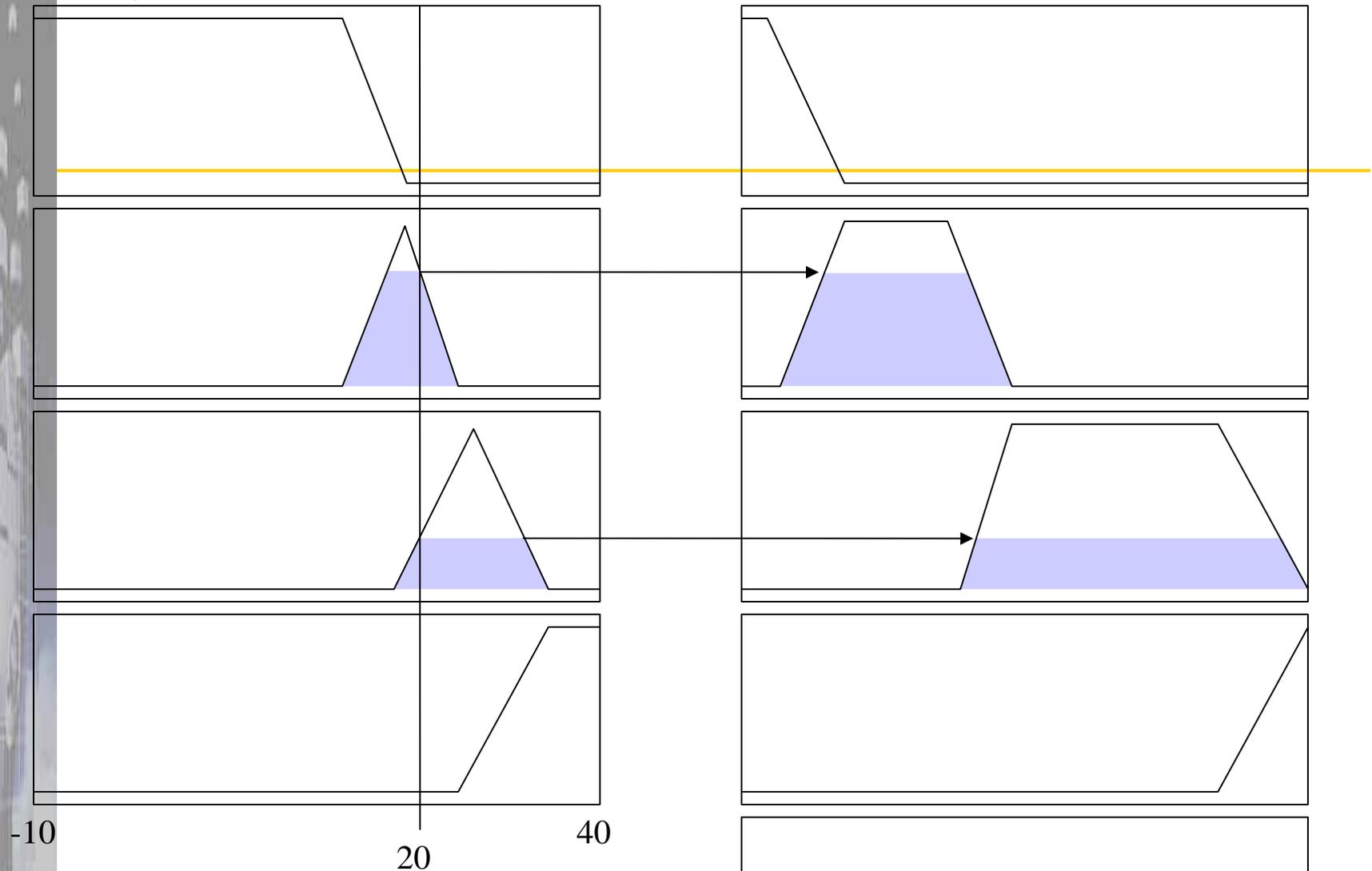


velocidade



temperatura

velocidade



Composição:

Exemplo 1: Processo de defuzzificação

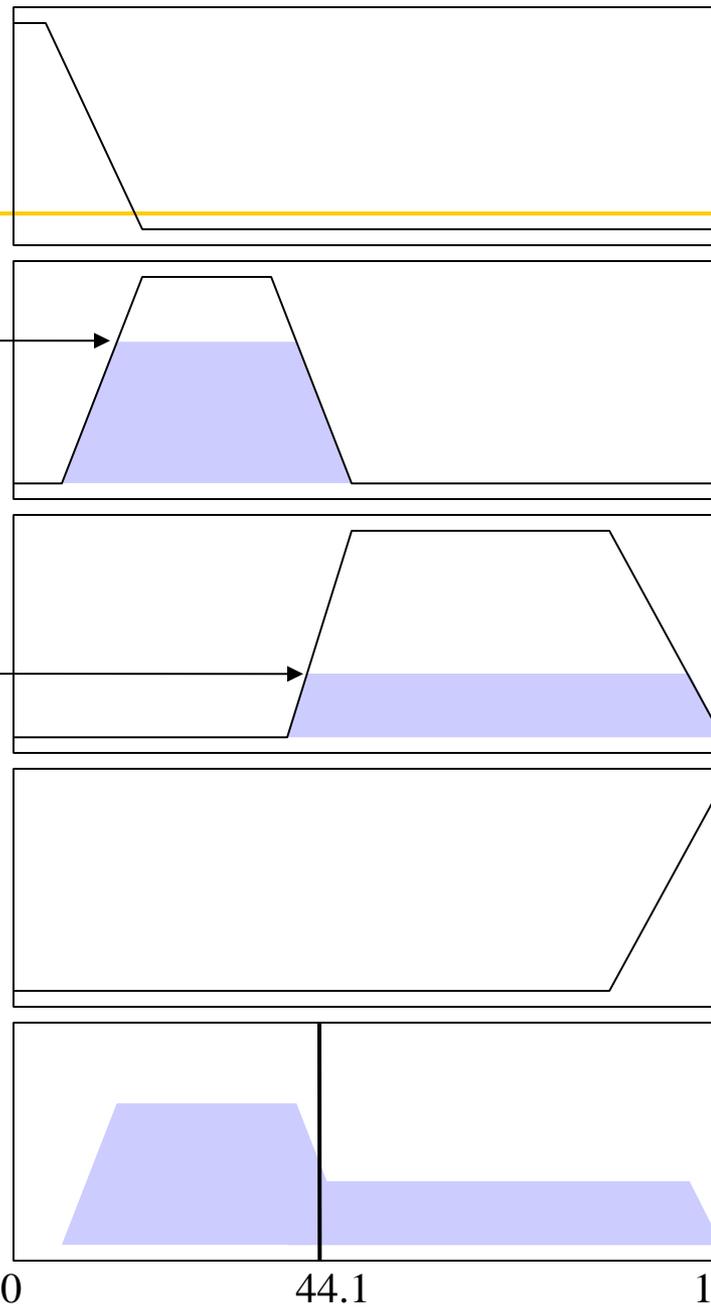
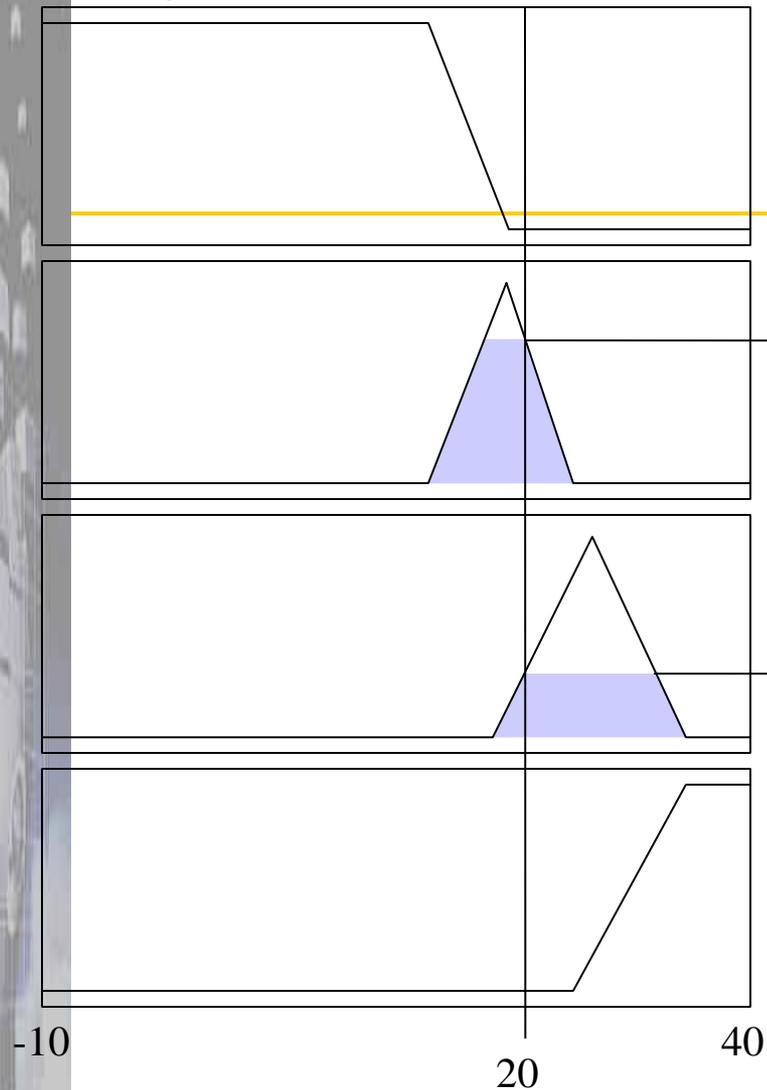
- Uma vez que já se sabe quais regras devem ser ativadas
- O processo de defuzzificação da saída é necessário para:
 - Decifrar o significado de uma ação vaga como: “a velocidade de ser baixa” e
 - Resolver conflitos entre regras que possam parecer contraditórias
- Um dos métodos mais utilizados se baseia no método de determinação do centróide (determinação do centro de gravidade ou massa)

Exemplo 1: Processo de defuzzificação

1. Verificação das regras que foram ativadas;
 2. Processo de composição das regras disparadas;
 3. As áreas que representam o grau de ativação de cada regra são compostas formando uma área resultante;
 4. Sobre esta área se calcula o ponto central, baseado no cálculo do centro de massa.
- Assim, o nível de ativação de cada regra age como um nível de ponderação no cálculo final.

temperatura

velocidade



Composição:

Exemplo 2: Inferência Fuzzy

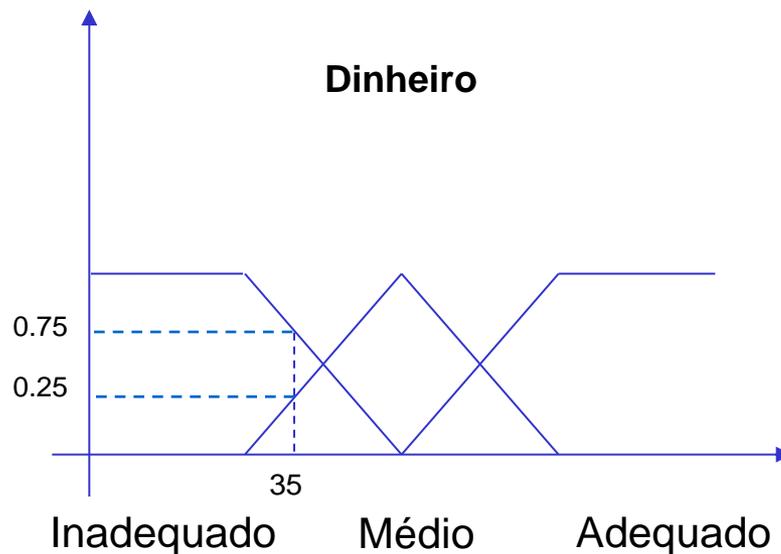
- Um analista de projetos de uma empresa quer determinar o risco de um determinado projeto.
- **Variáveis:** Quantidade de dinheiro e de pessoas envolvidas no projeto.
- **Base de conhecimento:**
 - Se dinheiro é adequado ou o número de pessoas é pequeno, então risco é pequeno (baixo).
 - Se dinheiro é médio e o número de pessoas é alto, então risco é normal.
 - Se dinheiro é inadequado, então risco é alto.

Problema a ser resolvido:

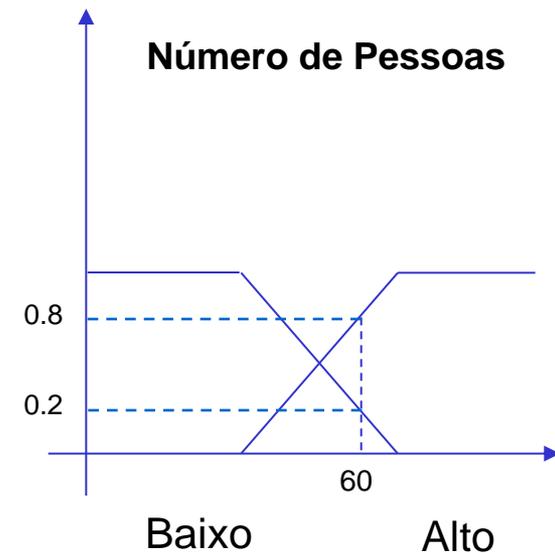
Para dinheiro = 35% e pessoal = 60% , determinar o Risco.

Exemplo 2: Inferência Fuzzy

□ Passo 1: Fuzzificar



$$\mu_i(d) = 0,75 \text{ \& } \mu_m(d) = 0,25$$

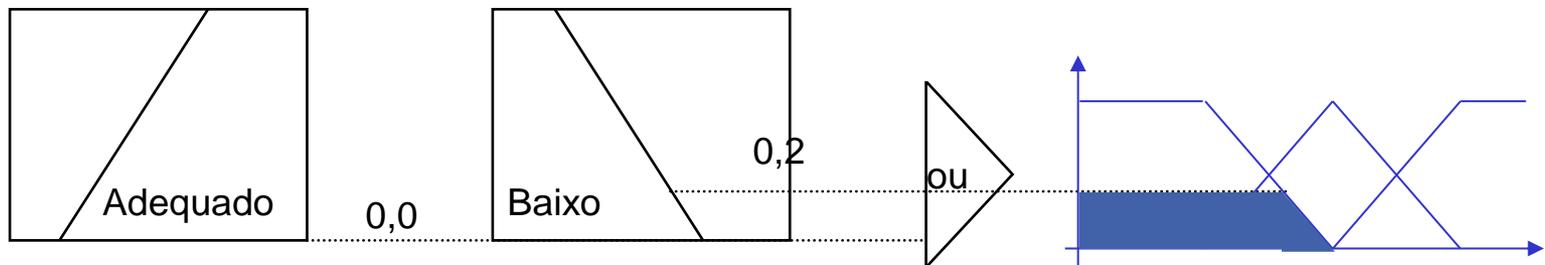


$$\mu_b(p) = 0,2 \text{ \& } \mu_a(p) = 0,8$$

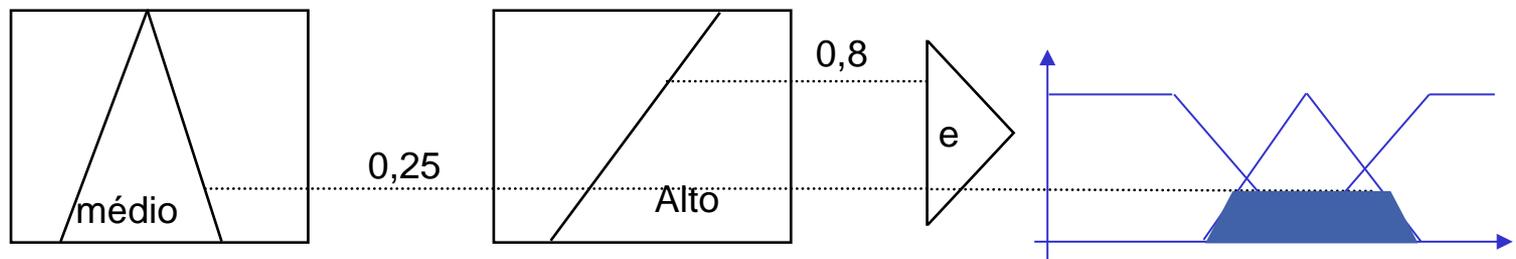
Exemplo 2: Inferência Fuzzy

- **Passo 2: Avaliação das regras**
 - Ou \rightarrow máximo e \rightarrow mínimo

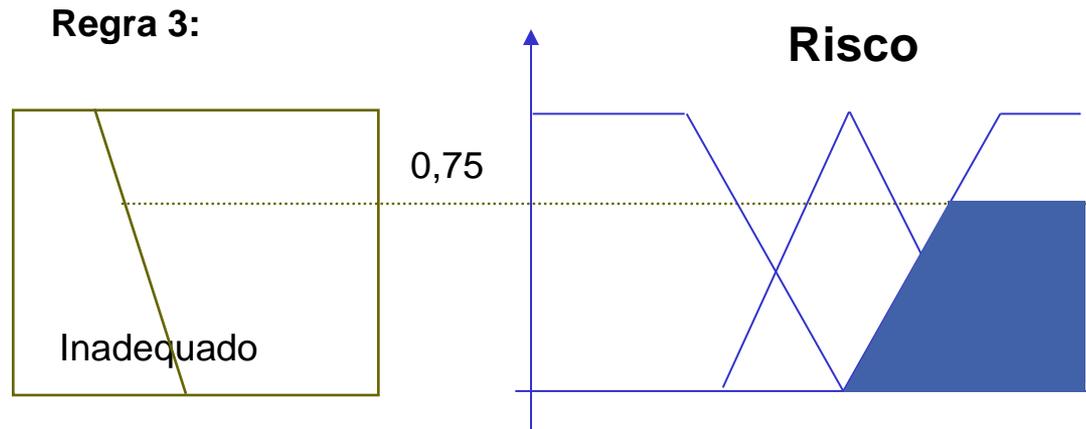
Regra 1:



Regra 2:

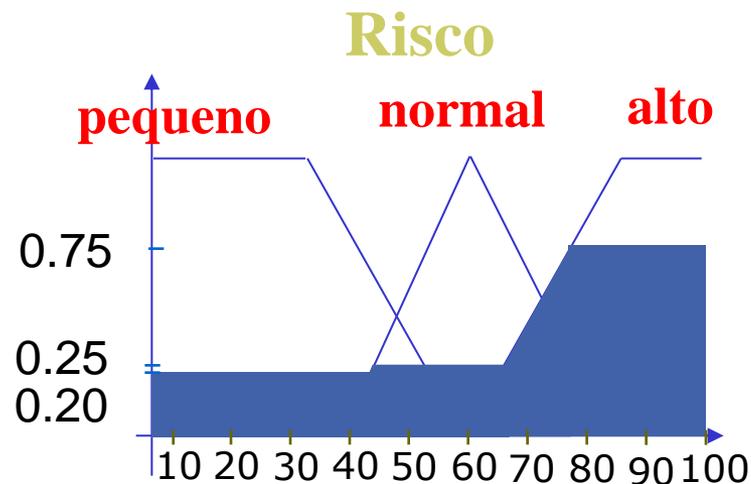


Exemplo 2: Inferência Fuzzy



Exemplo 2: Inferência Fuzzy

Passo 3: Defuzzificação



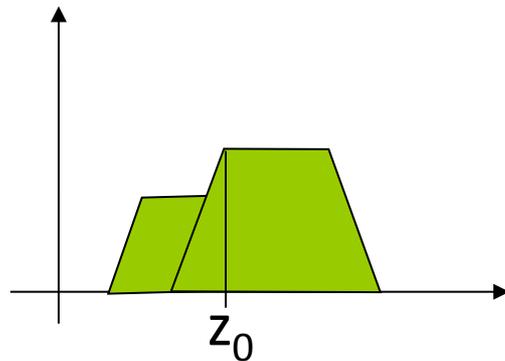
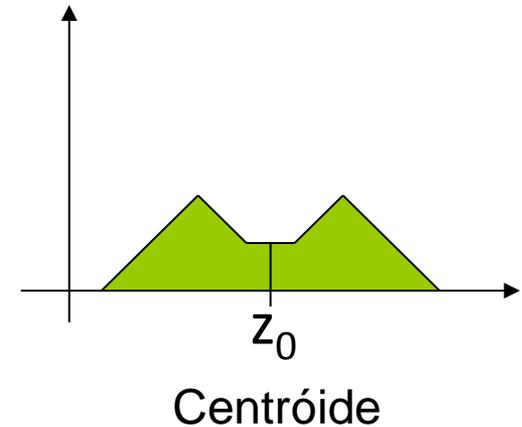
Cálculo do Centróide:

$$C = \frac{(10 + 20 + 30 + 40) * 0,2 + (50 + 60 + 70) * 0,25 + (80 + 90 + 100) * 0,75}{0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,75 + 0,75 + 0,75} = \frac{267,5}{3,8} = 70,4$$

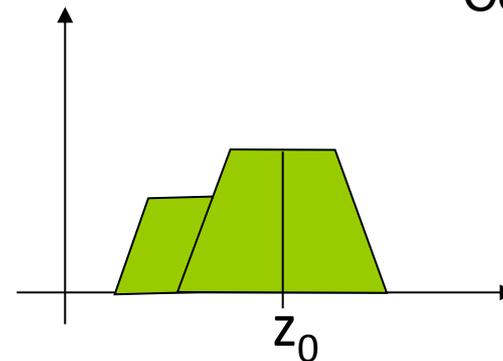
Modelo Nebuloso

Outros métodos de defuzzificação:

- Média dos máximos,
- Primeiro dos máximos,
- Último dos máximos,
- etc.



Primeiro dos Máximos



Média dos Máximos

Modelo Nebuloso

- A utilização mais significativa da teoria dos conjuntos nebulosos em sistemas baseados em conhecimento são os controladores nebulosos.
- Um controlador nebuloso pode ser visto como um sistema especialista simplificado, em que a consequência de uma regra não é aplicada como antecedente de outra. Isto porque as ações de controle são baseadas em um único nível de inferência.

Aplicações ...

□ Controle

- Controle de Aeronave (Rockwell Corp.)
- Operação do Metrô de Sendai (Hitachi)
- Transmissão Automática (Nissan, Subaru)
- Space Shuttle Docking (NASA)

□ Otimização e Planejamento

- Elevadores (Hitachi, Fujitech, Mitsubishi)
- Análise do Mercado de Ações (Yamaichi)

□ Análise de Sinais

- Ajuste da Imagem de TV (Sony)
- Autofocus para Câmera de Video (Canon)
- Estabilizador de Imagens de Video (Panasonic)

Aplicações ...

- ❑ Máquinas de lavar (Hitachi) – uso otimizado de potência, água e detergente
- ❑ Ar condicionado industrial (Mitsubishi) – reduz o consumo de potência em 24%, usa menos sensores

Aplicações

- ❑ Outros projetos japoneses:
 - Reconhecimento de caracteres
 - Sistemas fuzzy ópticos
 - Robôs
 - Helicópteros comandados por voz
- ❑ NASA – controle fuzzy para ancorar suas naves automaticamente no espaço

Perspectivas

- Potencial manuseio de incertezas e controle de sistemas complexos
- Lógica fuzzy combinada com redes neurais artificiais
 - Capacidade de adaptação e aprendizagem
- Simbiose
 - Novas classes de sistemas e de controladores neurodifusos