Universidade Federal de Campina Grande
Departamento de Sistemas e Computação
Disciplina: ***Cálculo Numérico***
Prof.: ***José Eustáquio Rangel de Queiroz***

MÓDULOS I (Motivação e Ferramentas de Suporte), II (Conceitos Básicos), III (Erros) & IV (Zeros de Equações Não Lineares)

LISTA DE EXERCÍCIOS 01– TURMAS: 02 & 03
Data de Entrega: T2 & T3 09/03/2013

1. Os 3 primeiros termos não nulos da série de Maclaurin para a função $\arctan(x)$ são $x - (1/3)x^3 + (1/5)x^5$. Computar os erros absoluto e relativo nas seguintes aproximações de π, empregando o polinômio em lugar da função $\arctan(x)$: (i) $4\,[\arctan(\tfrac{1}{2}) + \arctan(1/3)]$; e (ii) $16\,[\arctan(1/5) - 4\arctan(1/239)]$.

2. Usar o formato *long real* de 64 bits para determinar o equivalente decimal dos seguintes números de máquina em vírgula flutuante:

   i. 0 10000001010 1001001000000000000000000000000000000000000000000000

   ii. 1 10000001010 1001001000000000000000000000000000000000000000000101

   iii. 0 01111111111 0101001000000000000000000000000000000000000000000000

3. Supor que 2 pontos $(x_a, f(x_a))$ e $(x_b, f(x_b))$ encontram-se em uma linha reta, com $f(x_a) \neq f(x_b)$. Assim sendo, há 2 fórmulas para determinar o ponto x de intersecção dessa linha com o eixo das abscissas:

$$x = \frac{x_a f(x_b) - x_b f(x_a)}{f(x_b) - f(x_a)} \quad \text{e} \quad x = x_a - \frac{(x_b - x_a) f(x_a)}{f(x_b) - f(x_a)}$$

   i. Mostrar que ambas são algebricamente corretas.

   ii. Considerar os pontos $(1{,}31;\ 3{,}24)$ e $(1{,}93;\ 4{,}76)$ e computar o ponto x de intersecção da linha na qual se encontram com o eixo das abscissas, empregando arredondamento para 3 dígitos. Qual fórmula é melhor para computar o valor solicitado? Por que?

4. Sabendo que a equação $x^2 + (24/5)x - 1 = 0$ tem uma raiz em $(0;\ 0{,}2)$, verificar quais das funções de iteração a seguir produzem aproximações satisfatórias de tal raiz e qual delas produz uma aproximação mais precisa, considerando 3 casas decimais:

   a) $x_{k+1} = 5(1 - x_k^2)/24$
   b) $x_{k+1} = 5(x_k^2 + 1)/(10x_k + 24)$
   c) $x_{k+1} = \overline{(5 - 24x_k)/5x_k}$
   d) $x_{k+1} = \sqrt{(5 - 24x_k)/5}$

5. Considerando um computador de 15 bits, com precisão de 9 casas decimais na representação e uso de aritmética de vírgula flutuante na base 2, determinar:

   a) o menor e o maior número positivo, na base 10, representável em tal computador.
   b) as representações dos números $0{,}72373699.10^{-25}$, $0{,}21459773.10^{27}$ e $0{,}0000025856.10^{-30}$ nesse computador e os erros relativos associados.
   c) o menor valor do erro (ε) de representação que satisfaz a condição $0{,}72373699.10^{8} + \varepsilon > 0{,}72373699.10^{8}$.

6. Determinar uma aproximação para $\sqrt[3]{25}$ com uma tolerância igual a 10^{-4} a partir do método de ***Bolzano*** e verificar para qual dos zeros de

$$f(x) = (x+2)(x+1)x(x-1)^3(x-2)$$

   este método converge quando aplicado ao intervalo $[-3;2{,}5]$.

7. Considerando que a equação

$$52{,}36957.10^{-2}x^3 - 1{,}51478x^2 + 24{,}89999.10^{-1}x = 0$$

   é processada em um sistema de vírgula flutuante $F(10, 5, 3, A)$, no qual não existem dígitos de guarda no processamento das operações em ponto flutuante:

   i. Determinar os zeros da equação;
   ii. Calcular os erros absolutos e relativos cometidos nos cálculos dos três zeros;
   iii. Solucionar analiticamente a equação e comparar os zeros encontrados com aqueles determinados numericamente, explicando as discrepâncias porventura existentes e, em caso afirmativo, propondo uma alternativa para evitar que tais discrepâncias ocorram.

8. Dadas as seguintes funções:

   $a(x) = x^3\cos(x/2) - 1/8$
   $b(x) = 4x^5 - 48x^3 + 191x^2 - 252$
   $c(x) = e^{2x/3} - 3x^2$

   a) Utilize o Matlab para mostrar que cada uma delas apresenta pelo menos um zero no intervalo $[0; 3{,}5]$, apresentando os gráficos das funções com os zeros destacados.
   b) Qual(ais) delas possui(em) uma única raiz no intervalo $[2{,}5; 3{,}5]$?
   c) Considerando uma tolerância igual a 10^{-4}, determine um zero de $b(x)$, em $[3, 5]$, a partir da execução dos métodos da ***Newton-Raphson*** e da ***Falsa Posição Modificado***, comparando, em seguida, os resultados obtidos.
   d) A equação $b(x) = a(x)$ tem solução no intervalo dado $I = [1{,}2]$? Em caso afirmativo, empregue o método de ***Secante*** para determiná-la com uma precisão igual ou inferior a 5.10^{-3}.