

Teoria dos Grafos

Emparelhamento

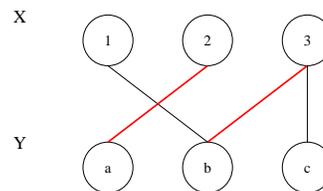
Introdução

- Conjunto de arestas $M \subseteq E$, em que nenhum vértice é incidente a mais de uma aresta.
- **Emparelhamento Maximal**
 - Nenhuma aresta e , com $M \cup \{e\}$ também formando um emparelhamento.
- **Emparelhamento Máximo**
 - Emparelhamento com o maior $|M|$ possível.
- **Emparelhamento Perfeito**
 - $|M| = n/2$: cada vértice é incidente a alguma aresta de M .
- Emparelhamento com custo mínimo: cada aresta tem um custo associado.

Introdução

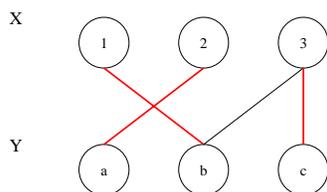
- Principais problemas:
 - Seja um grafo G , encontrar:
 - Emparelhamento Maximal: fácil (algoritmo guloso)
 - Emparelhamento Máximo:
 - Não é fácil encontrar em tempo polinomial.
 - Caso mais simples é no caso de grafos bipartidos.
 - Emparelhamento perfeito:
 - Caso especial de emparelhamento máximo
- Aplicações:
 - Atribuições pessoais: tarefas e competências.
 - Escalonamento.
 - Seleção de adversários em competições esportivas.

Emparelhamento em Grafos Bipartidos



Vértices emparelhados: 2, 3, a, b.
Vértices não-emparelhados: 1, c.
É um emparelhamento maximal?

Emparelhamento em Grafos Bipartidos



Emparelhamento máximo.
Emparelhamento perfeito.

Como encontrar um emparelhamento máximo?

- Utilizar o método de Ford-Fulkerson para fluxo em rede.
- A idéia é determinar um fluxo em rede, em que os fluxos correspondem aos emparelhamentos.
- Definir a rede correspondente $G' = (V', E')$, a partir do grafo bipartido $G = (L \cup R, E)$:
 - $V' = V \cup \{s, t\}$.
 - $E' = \{(s, u) : u \in L\}$
 $\cup \{(u, v) : u \in L, v \in R, (u, v) \in E\}$
 $\cup \{(v, t) : v \in R\}$
- Assinalar peso 1 para cada aresta em E' .

Exemplo

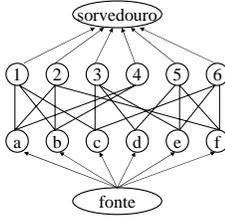


Tabela dos Dados © João Figueiredo, DSC/FEUC

Exemplo

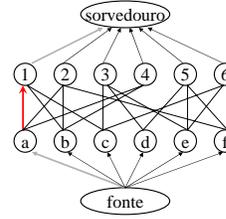


Tabela dos Dados © João Figueiredo, DSC/FEUC

Exemplo

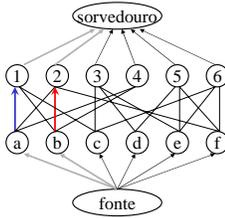


Tabela dos Dados © João Figueiredo, DSC/FEUC

Exemplo

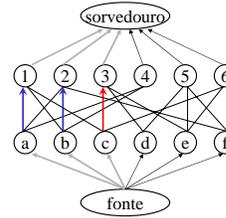


Tabela dos Dados © João Figueiredo, DSC/FEUC

Exemplo

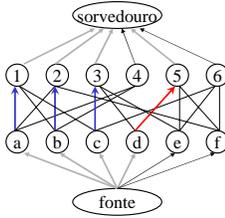


Tabela dos Dados © João Figueiredo, DSC/FEUC

Exemplo

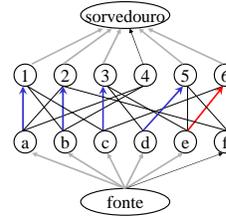
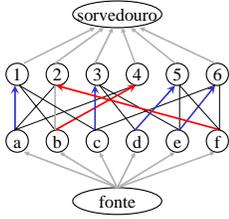


Tabela dos Dados © João Figueiredo, DSC/FEUC

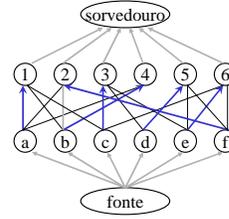
Exemplo



Tecnicos da Grafica

© Jorge Figueiredo, DSCLEFCC

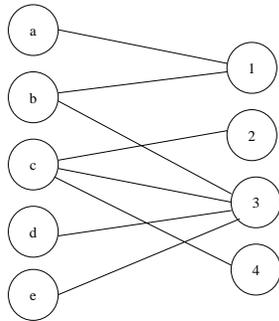
Exemplo



Tecnicos da Grafica

© Jorge Figueiredo, DSCLEFCC

Exercício



Tecnicos da Grafica

© Jorge Figueiredo, DSCLEFCC