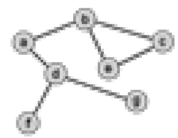
## Teoria dos Grafos

Conjunto Independente de Vértices, Clique e Cobertura de Vértices

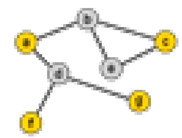


## Conjunto Independente de Vértices

- Seja um grafo **G= (V, E)**:
  - Um conjunto independente de vértices $\mathbf{V_{IND}}$ de **G** é um subconjunto de **V** em que não existe nenhuma aresta entre qualquer par de elementos de $\mathbf{V_{IND}}$.



**Grafo G**

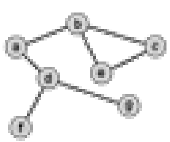


**Conjunto Independente de G**

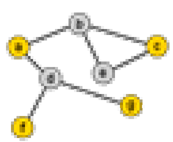


## Conjunto Independente de Vértices

- $\mathbf{V_{IND}}$ é máximo se não existe um $\mathbf{V_{IND}}$' tal que $|V_{IND}'| > |V_{IND}|$.
- $\mathbf{V_{IND}}$ é maximal se não existe um $\mathbf{V_{IND}}$' tal que $V_{IND}' \supset V_{IND}$.
- O conjunto independente do exemplo abaixo é máximo? É maximal?



**Grafo G**



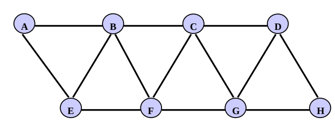
**Conjunto Independente de G**



## Conjunto Independente de Vértice

**Exercício 1:**

- Encontre no grafo abaixo um Conjunto Independente Maximal que não é máximo. Qual a cardinalidade do Conjunto Independente máximo?






## Conjunto Independente de Vértice

**Exercício 2:**

- Considere o algoritmo abaixo. Ele resolve o problema do conjunto independente máximo?

**CINDMax1(G)**
$C_{IND} \leftarrow \emptyset$
**while** $\exists v \in V - C_{IND} \mid C_{IND} \cup \{v\}$ é independente **do**
  $C_{IND} \leftarrow C_{IND} \cup \{v\}$
**return** $C_{IND}$



## Conjunto Independente de Vértice

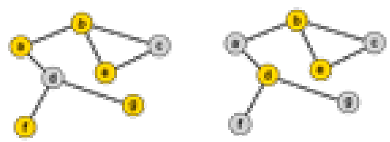
**Exercício 3:**

- Considere o algoritmo abaixo. Ele resolve o problema do conjunto independente máximo?

**CINDMax2(G)**
$C_{IND} \leftarrow \emptyset$
$Y \leftarrow V$
**while** $Y \neq \emptyset$ **do**
  escolher $v \in V$, com $|N(v)|$ mínimo
  $C_{IND} \leftarrow C_{IND} \cup \{v\}$
  $Y \leftarrow Y - \{v\}$
  $Y \leftarrow Y - N(v)$
**return** $C_{IND}$

## Cobertura de Vértices

- Seja um grafo **G= (V, E)**:
  - Uma cobertura de vértices $\mathbf{V_{COB}}$ de **G** é um subconjunto de **V** em que para qualquer aresta **(u, v)** $\in$ **E**, **u** $\in \mathbf{V_{COB}}$ ou **v** $\in \mathbf{V_{COB}}$.

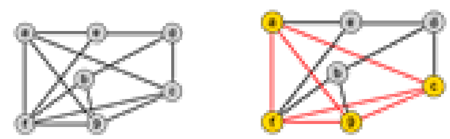


**Duas possíveis cobertura de vértices de G**



## Clique

- Seja um grafo **G= (V, E)**:
  - Um clique $\mathbf{V_{CLQ}}$ de **G** é um subconjunto de **V,** em que quaisquer dois vértices **u, v** $\in \mathbf{V_{CLQ}}$, a aresta **(u, v)** $\in$ **E**.





- Não existe nenhum algoritmo de tempo polinomial que resolva estes problemas.
- É possível, entretanto, verificar em tempo polinomial se um determinado conjunto de vértices é um conjunto independente, um clique ou uma cobertura de vértices.
- Um conjunto indepenedente de **G** é um clique do complemento de **G**.



## Exercício

- A Vila de Grafos é uma área que consiste de um grande número de ruas retilíneas que ligam pequenas praças. Um guarda postado em uma praça é capaz de vigiar todas as ruas que saem da praça. Qual o número mínimo guardas necessário para vigiar toda a Vila? Resolva usando grafos.