Teoria dos Grafos – Período 2003.2
Aula 3 - Representação Interna de Grafos

Jorge César Abrantes de Figueiredo

24/11/2003

1 Representação de Grafos

A representação gráfica que utilizamos é necessária para a rápida compreensão e utilização na definição dos conceitos básicos da teoria dos gráficos. De fato, na maioria das situações práticas, utilizamos esse tipo de representação para tratar e explorar grafos. Esta representação gráfica, entretanto, não é adequada para representar internamente (em um computador) dados sobre a estrutura de um grafo. É necessário uma representação que o computador possa entender.

Existem várias formas de representar um grafo $G = (V, E)$. Variações em termos de tamanho do grafo e de sua complexidade, propiciaram diversas formas de representação de um grafo. As mais conhecidas são:

1. Coleção de listas de adjacência.
2. Matriz de adjacência.
3. Matriz de incidência.

A representação com listas de adjacência é mais utilizada porque provê uma forma compacta de representar *grafos esparsos* , isto é, grafos onde $|E|$ é bem menos do que $|V|^2$.

A representação com matriz de adjacência é indicada no caso de *grafos densos*, onde $|E|$ é perto de $|V|^2$.

1.1 Listas de Adjacência

A representação com listas de adjacência de um grafo $G = (V, E)$ consiste de um array Adj de $|V|$ listas, um para cada vértice de V. Para cada $u \in V$, a lista de adjacência $Adj[u]$ contém um ponteiro para todos os vértices v, onde existe um arco $(u, v) \in E$. Logo, $Adj[u]$ consiste de todos os vértices de G que são adjacentes a u. Esses vértices são armazenados em ordem arbitrária.

A figura 1mostra um grafo não dirigido e sua representação com listas de adjacência.s/grafo1

Se G é um grafo dirigido, a soma dos tamanhos de todas as listas de adjacências é $|E|$. A figura 2 mostra um grafo dirigido e sua representação com listas de adjacência.

Em ambos os casos, grafos dirigidos ou não, a representação com listas de adjacência possui uma propriedade desejável que indica que a quantidade de memória requerida é $O(max(V, E)) = O(V + E)$.

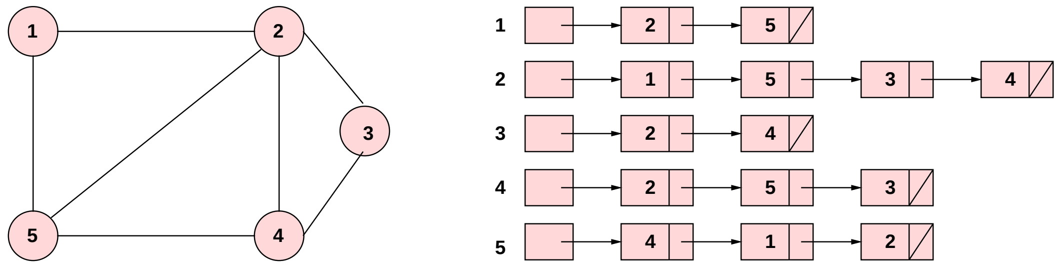


Figura 1: Representação por Lista de Adjacências

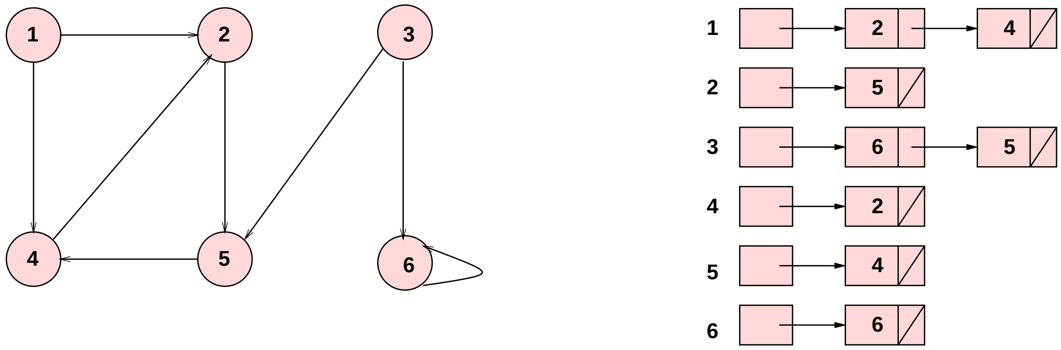


Figura 2: Representação de um Grafo Dirigido por Lista de Adjacências

As listas de adjacência também pode ser utilizadas no caso de grafos ponderados e outras variantes de grafos.

A maior desvantagem desse método de representação é a de não possuir uma forma eficiente de dizer se uma determinada aresta uv está presente no grafo.

1.2 Matriz de Adjacência

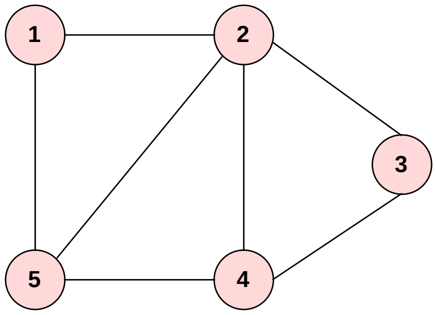
A representação por matriz de adjacência de um grafo $G = (V, E)$ requer que os vértices sejam arbitrariamente numerados de $1, 2, ..., |V|$. A matriz de adjacência de um grafo de uma matriz $A = (a_{ij})$, de ordem $|V| \times |V|$, onde

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } (i,j) \in E \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A figura 3 mostra um grafo não dirigido e sua representação com matriz de adjacência. Esse tipo de representação requer $O(V^2)$ de memória, independentemente do número de arcos do grafo.

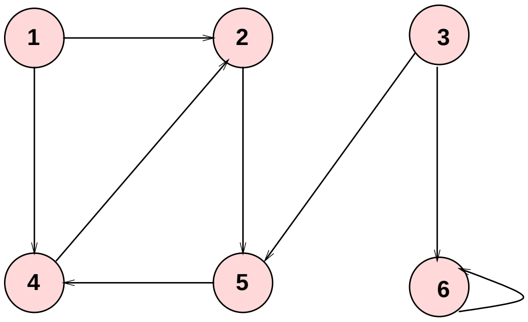
Da mesma forma, a matriz de adjacência pode ser usada para representar grafos dirigidos.

Como na representação com listas de adjacência, a matriz de adjacência pode ser usada para representar grafos ponderados. Em vez de usar 1 para indicar a



	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

Figura 3: Representação por Matriz de Adjacência



	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	1	0	0
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	0	0	1	0	0
6	0	0	0	0	0	1

Figura 4: Representação de um Grafo Dirigido por Matriz de Adjacência

presença do arco, utiliza-se o peso do arco.

Embora a representação com lista de adjacência seja pelo menos tão eficiente quanto a representação com matriz de adjacência, a simplicidade de uma matriz de adjacência a torna preferível no caso de grafos pequenos. No caso de grafos não ponderados, a representação com matriz de adjacência tem a vantagem de requerer apenas um bit por entrada.

1.3 Matriz de Incidência

A representação por matriz de incidência de um grafo $G = (V, E)$ é uma matriz de dimensões $n \times m$, na qual cada linha corresponde a um vértice e cada coluna a uma aresta.

A matriz de incidência de um grafo (não dirigido), $A = (a_{ik})$, de ordem $|V| \times |E|$, onde

$\exists e_k = (i, j) \Leftrightarrow a_{ik} = a_{jk} = 1$. $a_{rk} = 0, \forall r \neq i, r \neq j$.

No caso de um grafo dirigido e sem laço, a matriz de incidência de um grafo, $A = (a_{ik})$, de ordem $|V| \times |E|$, onde

$\exists e_k = (i, j) \Leftrightarrow a_{ik} = +1$ e $a_{jk} = -1$. $a_{rk} = 0, \forall r \neq i, r \neq j$.