Análise e Técnicas de Algoritmos

Prova 1 - Período 2003.1 - 04/06/2003

Tipo A

Aluno(a):

1. Prove que o seguinte algoritmo que computa o número de Fibonacci está correto.

```
function fib(n)
Comentário: retorna (F_{n-1}, F_n)
if n é ímpar then
   (a, b) ← fibimpar(n - 1)
   return (b, a + b)
else
   return fibimpar(n)
```

```
function fibimpar(n)
Comentário: retorna (F_{n-1}, F_n) quando n é ímpar
if n = 0 then
   return (1, 0)
else
   if n = 2 then
      return (1, 1)
   else
      if n = 4 then
         return (2, 3)
(a, b) ← fib(n/2 - 1)
c ← a + b
d ← b + c
return (b.d + a.c, c.(d + b))
```

(Dica: talvez ajude saber que $F_{n+k} = F_k.F_{n+1} + F_{k-1}.F_n$

2. O tempo de execução do Quicksort para problemas de tamanho 1024 foi observado repetidas vezes e, na média, foi de $100\mu s$. Qual o tempo de execução, na média, se o tamanho dos problemas fosse 8192? Justifique a sua resposta.

3. Considere dois conjuntos A e B de números inteiros, cada um com n elementos. Considere ainda um número inteiro x. Descreva um algoritmo de complexidade $O(n.\log n)$ que encontre, se existir, um par de elementos $(a, b), a \in A, b \in B$, em que $a + b = x$. Explique.

4. Resolva a seguinte relação de recorrência:

   - $T(1) = 1$
   - $T(n) = \Sigma_{i=1}^{n-1} T(i) + 1, \forall n \geq 2$