

Universidade Federal de Campina Grande
Departamento de Sistemas e Computação

Introdução à Computação

Conceitos Básicos de Eletrônica Digital (Parte II)

Prof.^a Joseana Macêdo Fachine Régis de Araújo
joseana@computacao.ufcg.edu.br

Carga Horária: 60 horas

Circuitos Digitais - Álgebra de Boole

A Álgebra de Boole é empregada no projeto de circuitos digitais, para:

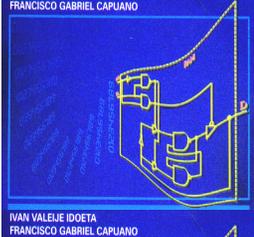
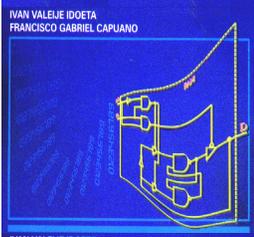
- ❑ **análise** - é um método prático e econômico de descrever as funções de um circuito digital e, conseqüentemente, seu funcionamento.
- ❑ **projeto** - ao identificar a função a ser realizada por um circuito, a álgebra de Boole pode ser aplicada para simplificar sua descrição e, assim, também sua implementação.

A vantagem de se utilizar a álgebra de Boole como fundamento é que se pode efetuar, inicialmente, toda a análise matemática do problema lógico antes da construção do circuito digital. Ela serve como suporte para a construção de um sistema digital.



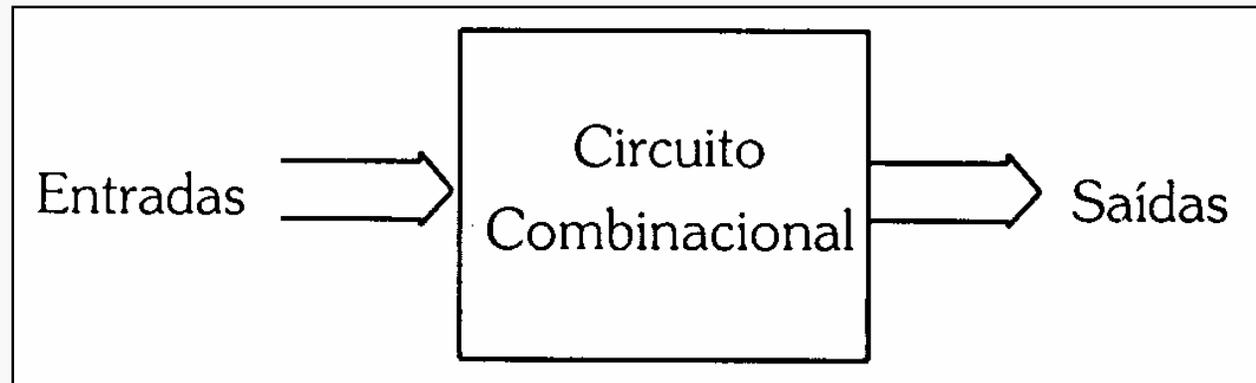
Classificação dos Circuitos Digitais

- Os circuitos digitais podem ser classificados em
 - **Circuitos Combinacionais**
 - **Circuitos Sequenciais**

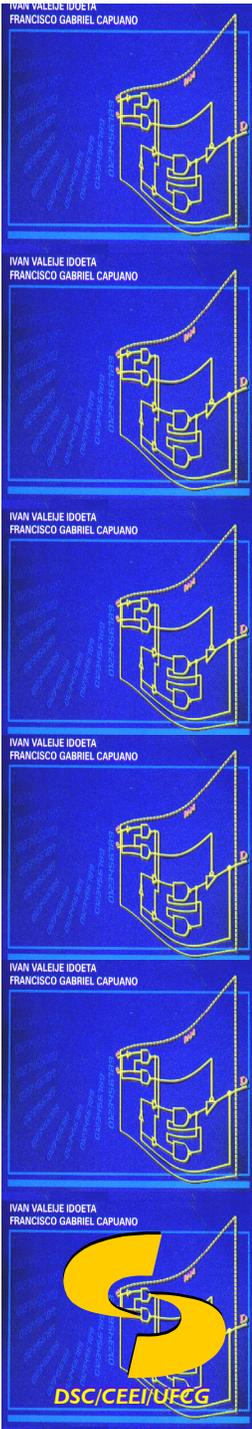


Classificação dos Circuitos Digitais

- ❑ **COMBINACIONAIS** - a saída é função dos valores de entrada correntes; esses circuitos não têm capacidade de armazenamento.

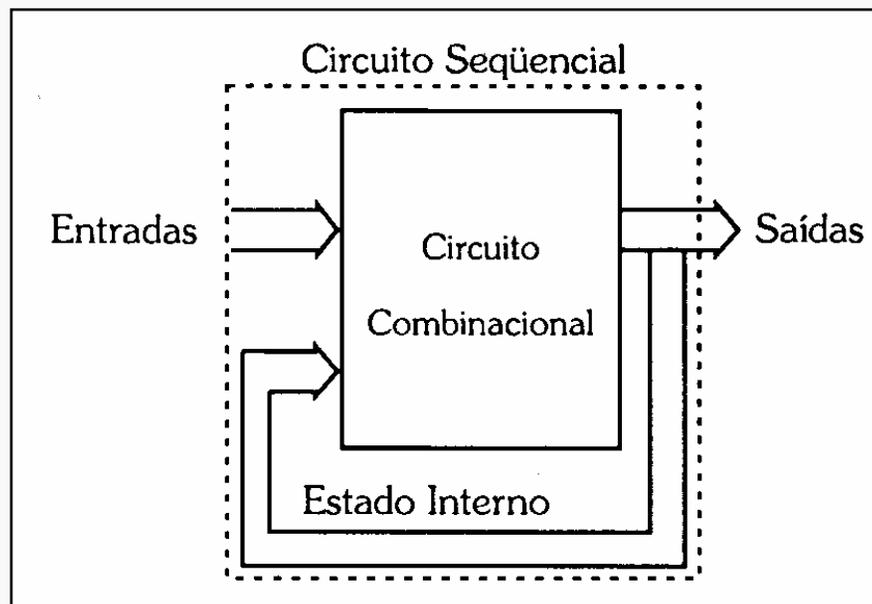


- ❑ **Exemplos de funções que pode realizar em um computador:** operações matemáticas e controle do fluxo dos sinais.



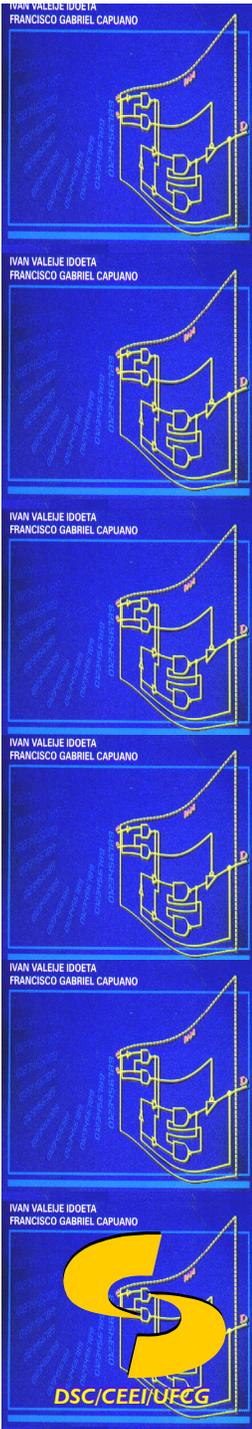
Classificação dos Circuitos Digitais

- ❑ **SEQUENCIAIS** - a saída é função dos valores de entrada correntes e dos valores de entrada no instante anterior; é usado para a construção de circuitos de memória (elemento básico: "**flip-flop**").

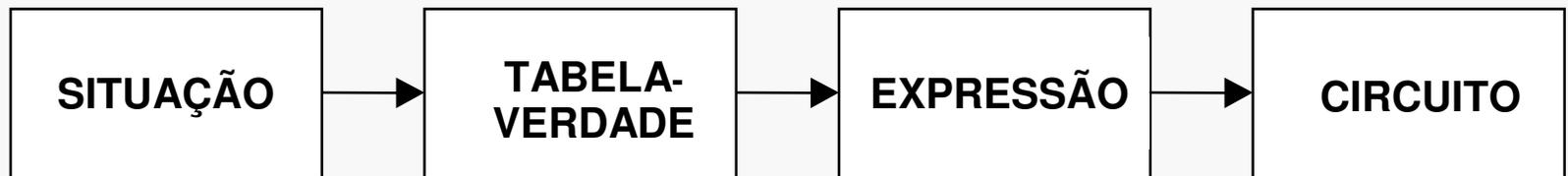


Curiosidade: FLIP em inglês pode significar “atirar ao alto” e FLOP pode significar “queda repentina”. Assim, o dispositivo sendo biestável (possui dois estados lógicos estáveis) pode ser levado ao alto (FLIP), ou ser forçado a voltar repentinamente ao estado baixo (FLOP).

- ❑ **Exemplo de função que pode realizar em um computador:** armazenamento de dados.



Projeto de um Circuito Combinacional



Sequência de operações:

- Determinar todas as variáveis de entrada;
- Determinar todas as variáveis de saída;
- A partir da combinação das variáveis de entrada, montar a tabela-verdade para cada saída;
- Obter, a partir da tabela-verdade, a **expressão booleana** de cada saída;
- Implementar, a partir da expressão booleana, o circuito combinacional correspondente.



Projeto de um Circuito Combinacional

- Considere um sistema de segurança de uma loja em um shopping.
 - Há um sensor de contato que, ligado, (*on*), indica que a porta está fechada;
 - Um sensor infravermelho que, ligado, indica que não há pessoas ou coisas se movendo no interior da loja.
 - Há, também, um alarme que é acionado quando um dos dois sensores é desligado. Isto é, basta um único sensor ser desativado para soar o alarme.

Determine a expressão lógica e o circuito correspondentes deste sistema.



Projeto de um Circuito Combinacional

Solução:

- A = "sensor de contato"
- B = "sensor infravermelho"
- S = "alarme"

Tabela-Verdade

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Como obter a expressão lógica e o circuito correspondentes?



Projeto de um Circuito Combinacional

- ❑ Um circuito lógico executa uma expressão booleana, formado pela interligação das portas lógicas.
- ❑ Uma **expressão lógica** descreve uma função ou uma operação a ser concretizada por um sistema lógico (circuito eletrônico, *software*, etc), de forma a resolver um determinado problema.
- ❑ Será visto como obter:
 - **Expressões a partir da tabela-verdade e**
 - **circuitos a partir de expressões.**



Tabela-Verdade \Rightarrow Expressão Lógica

Função **AND** \Rightarrow produto Função **OR** \Rightarrow **SOMA**

“**SOMA DE PRODUTOS**”:

$$A \cdot B + \bar{A} \cdot C + B \cdot \bar{C}$$

“**PRODUTO DE SOMAS**”:

$$(A + B) \cdot (\bar{B} + \bar{C}) \cdot (A + \bar{C})$$

- ❑ **Soma de produtos** - OR dos *minitermos* que levam a saída para “1” (método mais utilizado).
- ❑ **Produto de somas** - AND dos *maxitermos* que levam a saída para “0”.

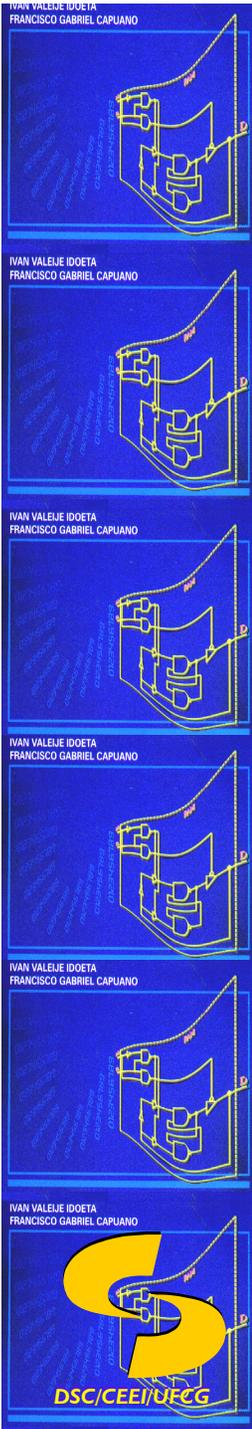


Tabela-Verdade \Rightarrow Expressão Lógica

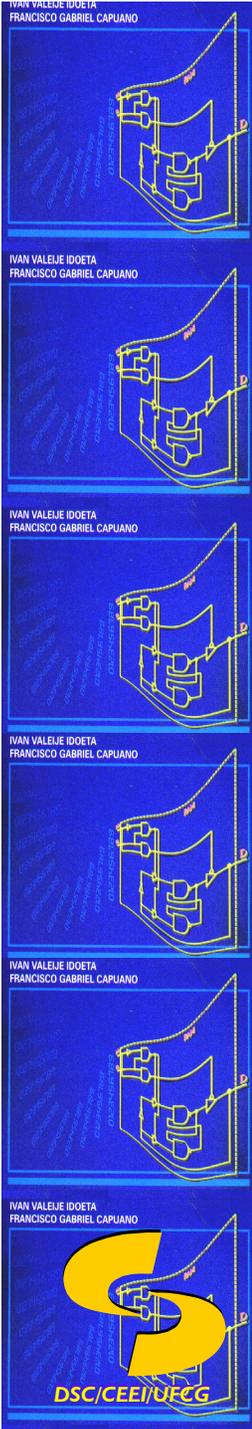
- **Mintermo** - função **AND** das variáveis de entrada.
 - variável de entrada é “1” - função AND direta.
 - variável de entrada é “0” - função AND negada.

Retomando o exemplo (Alarme):

A	B	S	Mintermos
0	0	1	$S_1 = \overline{A}\overline{B}$
0	1	1	$S_2 = \overline{A}B$
1	0	1	$S_3 = A\overline{B}$
1	1	0	$S_4 = 0$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

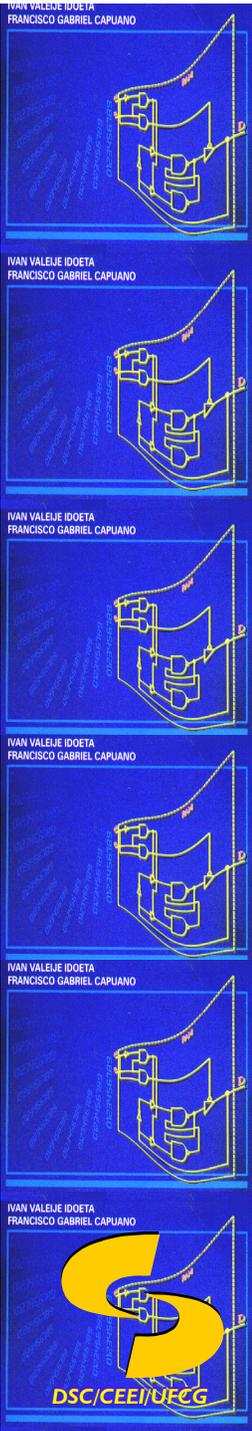
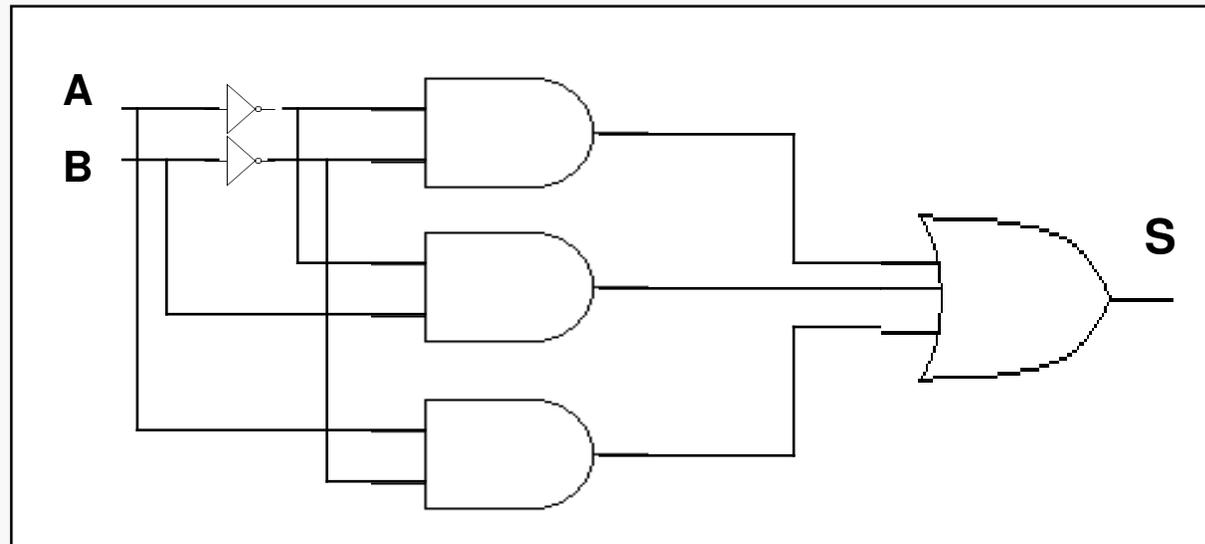
$$S = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B}$$



Expressão Lógica \Rightarrow Circuito Lógico

- ❑ Obtido de forma direta, a partir da expressão lógica.

Retomando o exemplo (Alarme): $S = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B}$



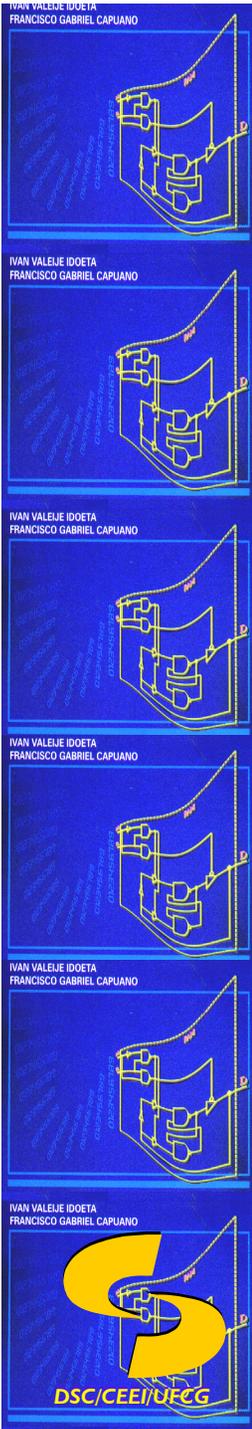
Expressão Lógica \Rightarrow Circuito Lógico

O circuito obtido NÃO É o mais simples!

Simplificação



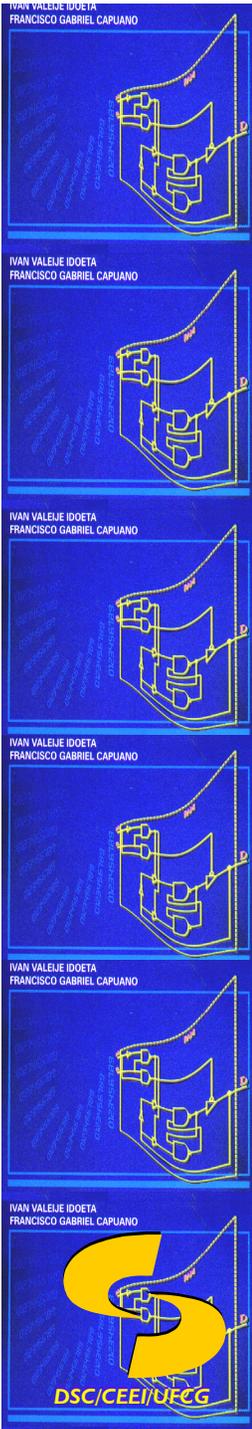
Estudo das Regras Básicas da Álgebra de Boole

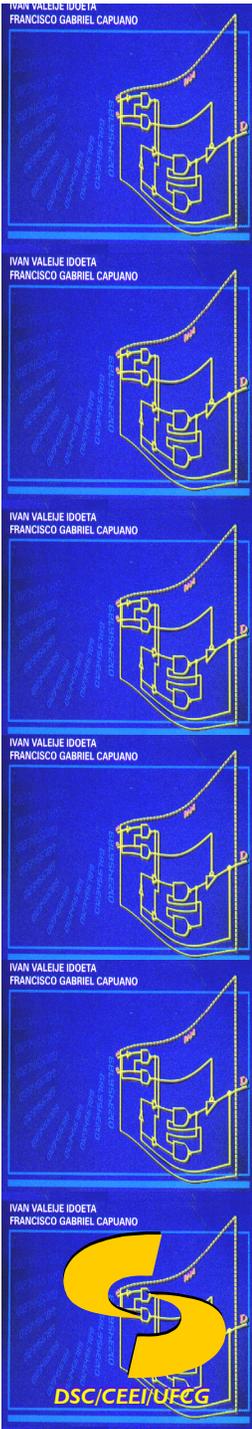


Álgebra de Boole \Rightarrow Simplificação de Circuitos Lógicos

Regras Básicas da Álgebra de Boole

Postulados	
<u>Complementação</u>	
Se $A = 0$ então $\bar{A} = 1$	
Se $A = 1$ então $\bar{A} = 0$	
<u>Identidade</u>	
$\overline{\bar{A}} = A$	
<u>Adição</u>	<u>Multiplificação</u>
$0 + 0 = 0$	$0 \cdot 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$0 \cdot 1 = 0$
$1 + 0 = 1$	$1 \cdot 0 = 0$
$1 + 1 = 1$	$1 \cdot 1 = 1$
Identidade	Identidade
$A + 0 = A$	$A \cdot 0 = 0$
$A + 1 = 1$	$A \cdot 1 = A$
$A + A = A$	$A \cdot A = A$
$A + \bar{A} = 1$	$A \cdot \bar{A} = 0$





Regras Básicas da Álgebra de Boole

Propriedades

Comutativa

$$A \cdot B = B \cdot A$$

$$A + B = B + A$$

Associativa

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$$

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

Distributiva

$$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

Teoremas

Teoremas de De Morgan

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

Teoremas da Absorção

$$A + A \cdot B = A$$

$$A + \overline{A} \cdot B = A + B$$

A simplificação também pode ser feita a partir do Mapa de Veitch-Karnaugh.

Álgebra de Boole \Rightarrow Simplificação de Circuitos Lógicos

- Obtenha a expressão lógica simplificada e o circuito lógico correspondente para o exemplo do Alarme.

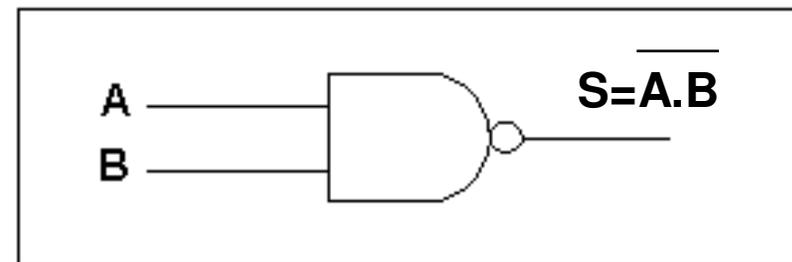
$$S = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}B + A\overline{B}$$

$$S = \overline{A}(\overline{B} + B) + A\overline{B}$$

$$S = \overline{A} + A\overline{B}$$

$$S = \overline{A} + \overline{B}$$

$$S = \overline{A\overline{B}}$$



Álgebra de Boole \Rightarrow Simplificação de Circuitos Lógicos

- ❑ **Exercício:** Suponha que um circuito digital é descrito pela tabela ao lado:

- ❑ Obtenha o que se pede:
 - expressão lógica correspondente;
 - circuito lógico correspondente;
 - expressão lógica simplificada;
 - circuito lógico correspondente à expressão simplificada.

A	B	C	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

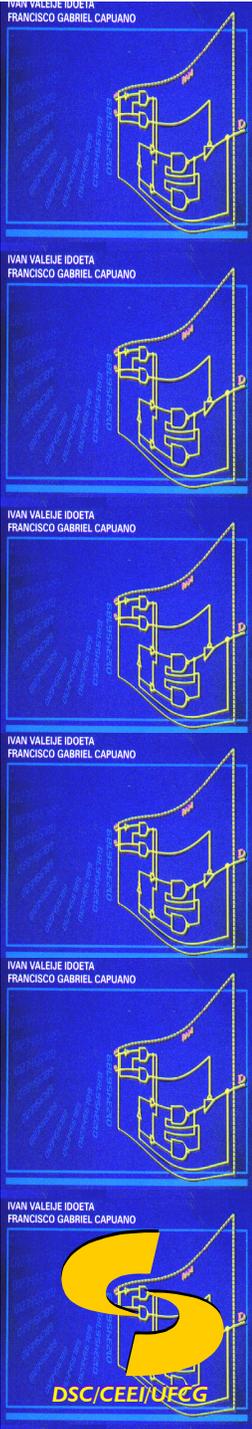
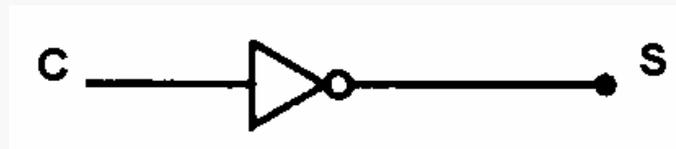
Álgebra de Boole \Rightarrow Simplificação de Circuitos Lógicos

$$\square S = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$$\square S = \bar{A}\bar{C} + AC$$

$$\square S = \bar{C}$$

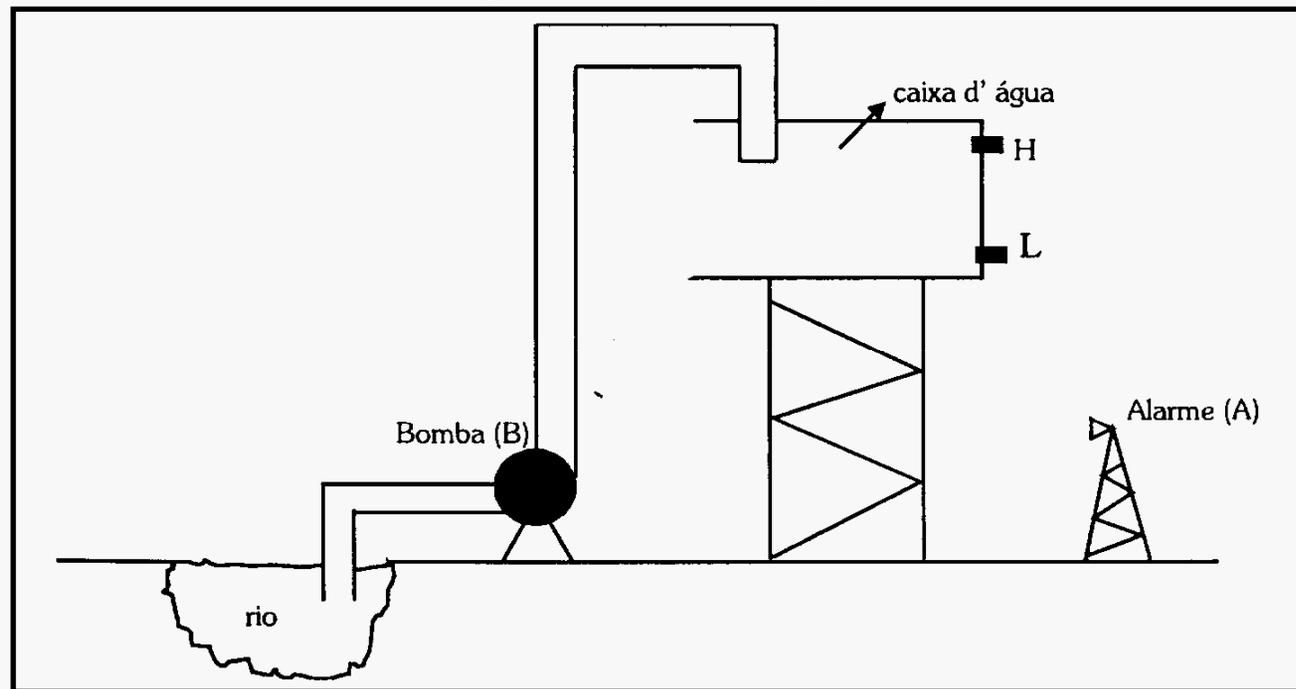
(Este resultado pode ser observado diretamente na tabela-verdade)



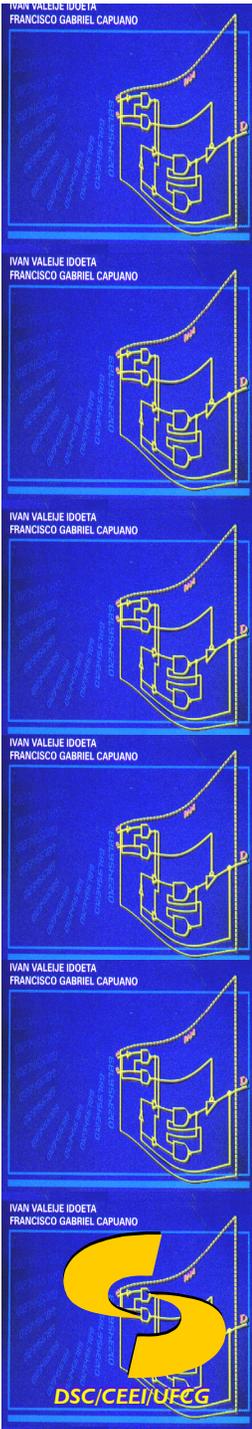
Exemplos de Aplicação de Circuitos Combinacionais

Controle de Bombeamento de Água

- O desenho a seguir mostra um processo simples para encher uma caixa d'água de um rio próximo.



- Os sensores de nível alto (H) e de nível baixo (L) são utilizados para determinar o acionamento da bomba (B) e do alarme (A).



Exemplos de Aplicação de Circuitos Combinacionais

Tabela-Verdade e Expressões Lógicas

Linhas	Entradas		Saídas	
	H	L	B	A
1 ^a	0	0	1	1
2 ^a	0	1	1	0
3 ^a	1	0	X	X
4 ^a	1	1	0	0

$$B = \bar{H}.\bar{L} + \bar{H}.L$$

$$A = \bar{H}.\bar{L}$$

ou

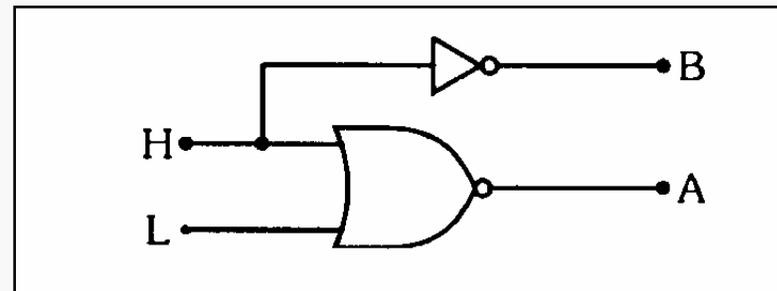
$$B = \bar{H}$$

$$A = \bar{H}.\bar{L} = \overline{(H + L)}$$

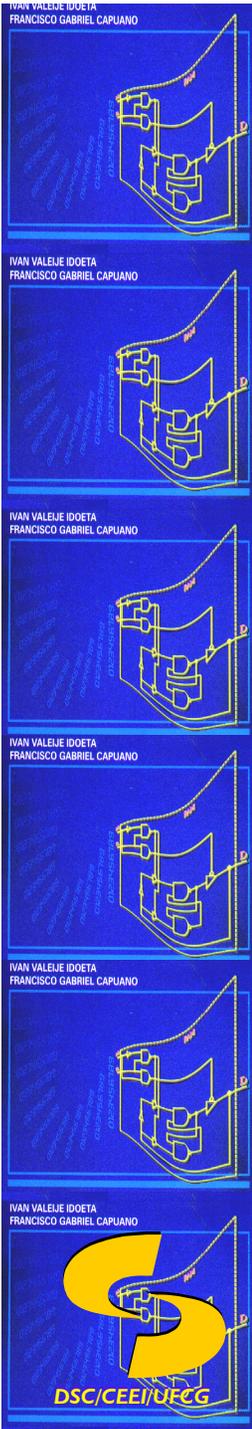
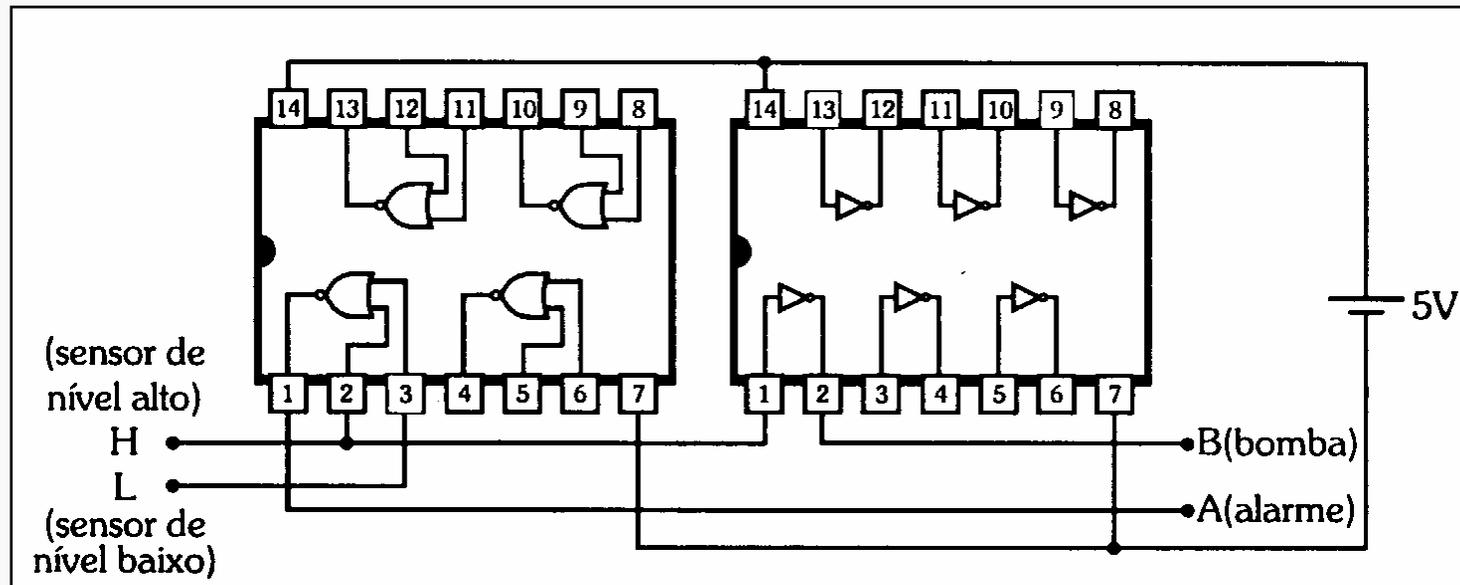


Exemplos de Aplicação de Circuitos Combinacionais

□ Circuito Lógico

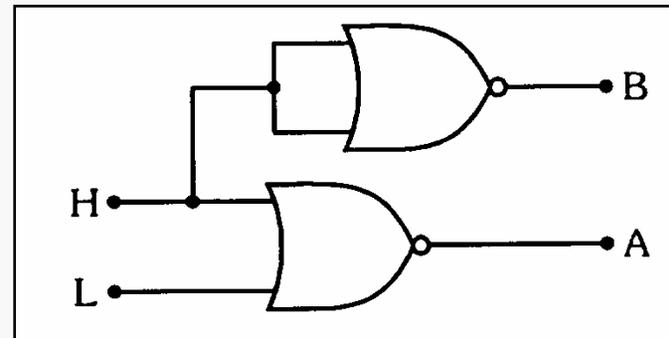


□ Montagem

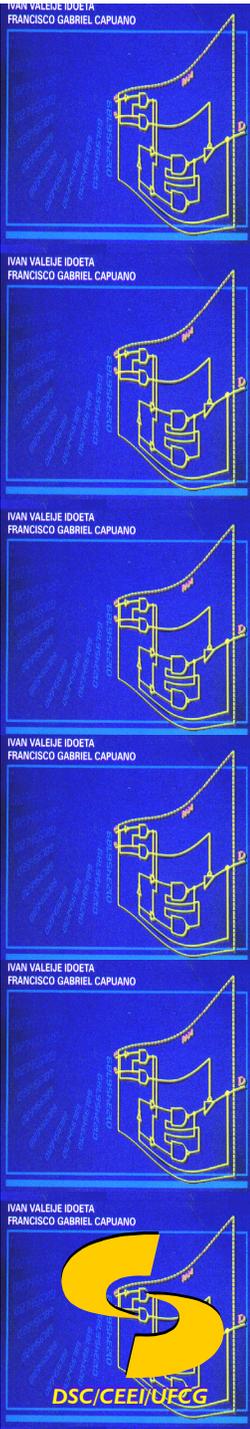
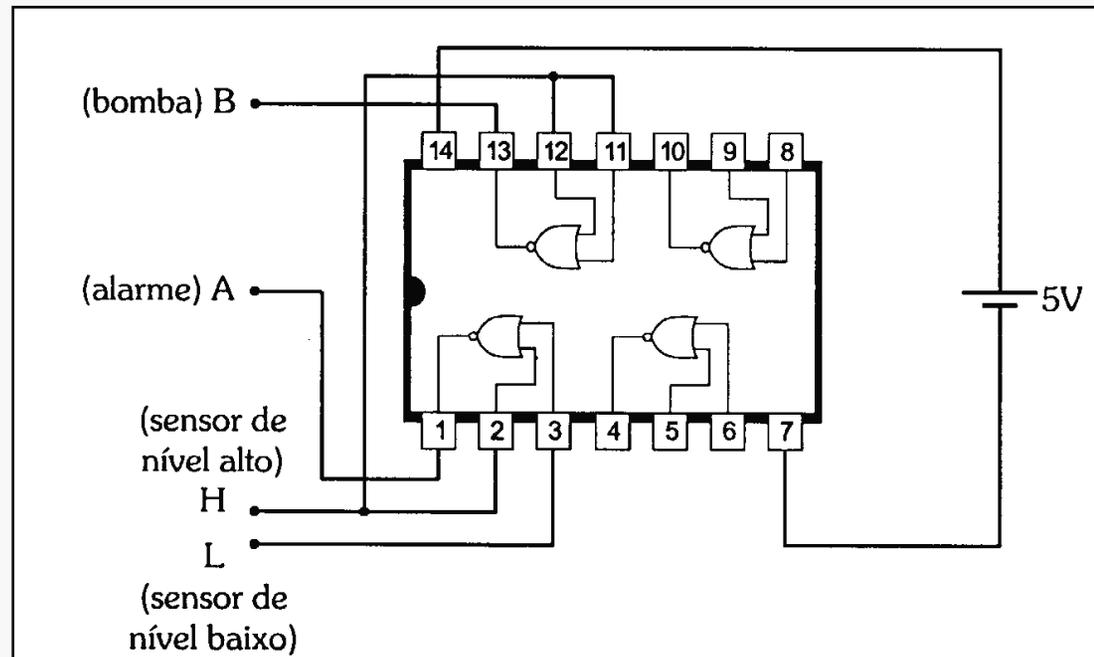


Exemplos de Aplicação de Circuitos Combinacionais

□ Circuito Lógico

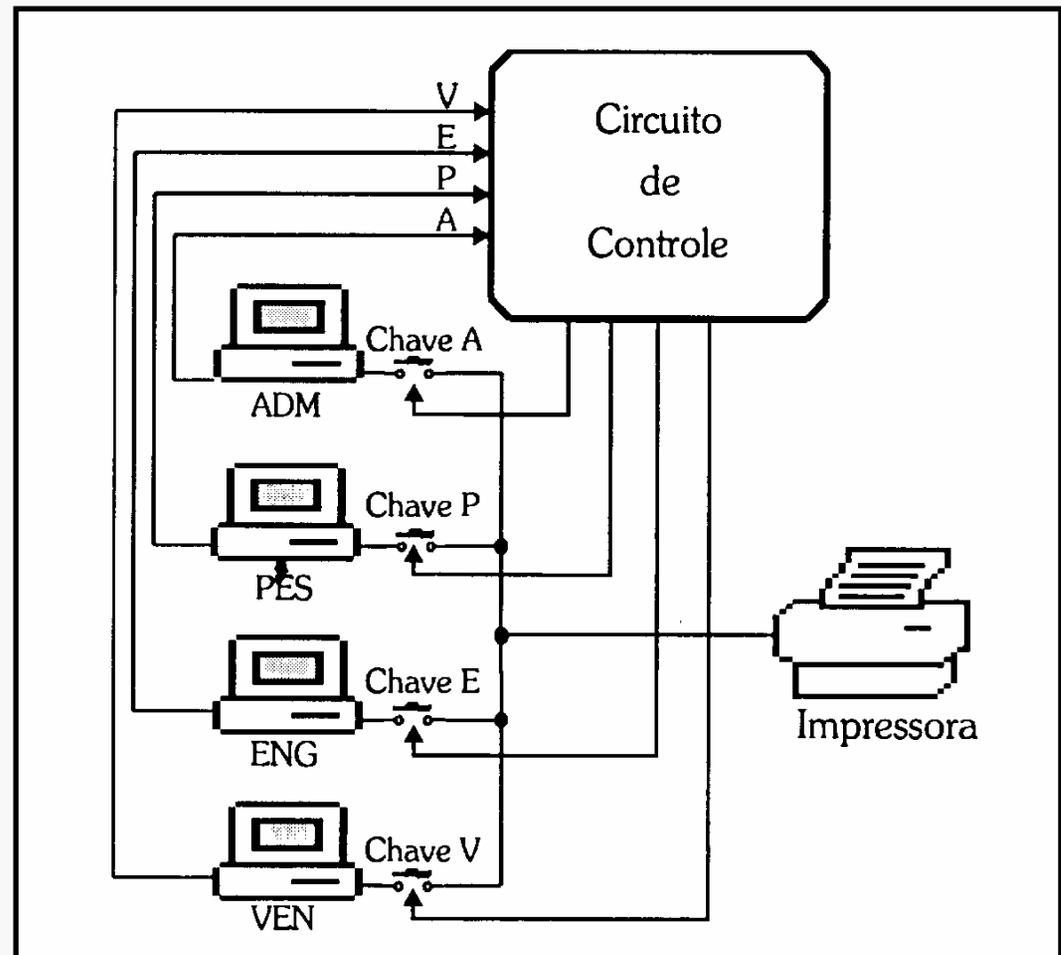


□ Montagem

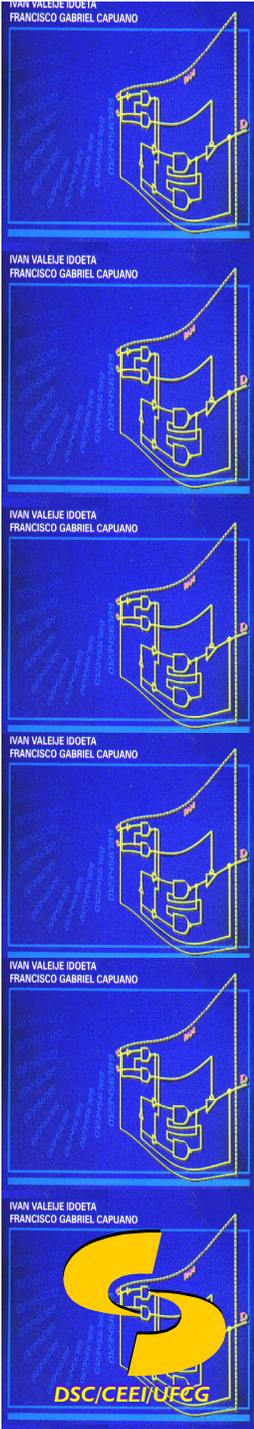


Exemplos de Aplicação de Circuitos Combinacionais

- ❑ **Exercício:**
A figura ao lado mostra de forma esquemática a conexão de 4 computadores de uma determinada empresa a uma única impressora. Esta conexão é feita através de um **circuito de controle**.



Exemplos de Aplicação de Circuitos Combinacionais



- ❑ Qual a expressão que descreve o funcionamento do **circuito de controle** (determine também o circuito lógico e a montagem correspondentes à expressão simplificada)?

- ❑ Devem ser obedecidas às seguintes prioridades:
 - Computador do setor administrativo (ADM) – 1ª prioridade
 - Computador do setor pessoal (PES) – 2ª prioridade
 - Computador do setor de engenharia (ENG) – 3ª prioridade
 - Computador do setor de vendas (VEN) – 4ª prioridade